

1999 年南开大学微分几何考研试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

1. 求曲线 $\vec{r}(t) = (a\cos\omega t, a\sin\omega t, b\omega t)$ 的 Frenet 标架, 曲率与挠率 (其中 a, b, ω 是常数). (10 分)

2. 求曲面 $\vec{r}(u, v) = (u\cos v, u\sin v, u + v)$ 的第一, 第二基本形式, Gauss 曲率与中曲率. (15 分)

3. 求球面 $\vec{r}(u, v) = (\cos v \cos u, \cos v \sin u, \sin v)$ 上与经线 (v -线) 成定角 φ 的曲线方程与其测地曲率. (15 分)

4. 已知曲面第一基本形式 $I = f^2(u)(du^2 + dv^2)$, 求 Gauss 曲率 K . (15 分)

5. E^3 中是否存在曲面, 使其第一, 第二基本形式 (局部上) 分别为

$$I = \frac{du^2 + dv^2}{[1 + a(u^2 + v^2)]^2}; \quad II = \frac{a^2(du^2 + dv^2)}{[1 + a(u^2 + v^2)]^2}$$

其中 a 是常数, 证明你的结论. (15 分)

6. 设 S 是单连通曲面, 且 S 在每点的 Gauss 曲率均不大于零, 证明: S 上没有闭测地线. (15 分)

7. 试证: 曲面

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{c^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

与三个坐标平面的交线是测地线. (15 分)