1999年南开大学现代控制论基础考研试题

1. 简要回答以下问题：（20分）

(1) 简述定常线性系统的传递函数阵描述与状态空间描述的关系。

(2) 在应用根实配置设计反馈系统时，如何选取闭环系统的根实？

(3) 什么是定常线性系统的固定模？

(4) 如何判断一个开环不稳定的定常线性系统能否通过状态反馈使得到的闭环系统稳定？

(5) 当我们将一个定常线性系统离散化时，是否影响原系统的能控性。

2. 已给系统的状态方程（20分）

$$\frac{dx}{dt}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}u,$$

和输出方程

$$y=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}x,$$

设计一个输出动态补偿器，使闭环根实为 $-1,-2;-3,-3$。

3. 已给系统的状态方程为　（20/分）

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = -x_1 + u, & x_1(0) = 1, \\ \dfrac{dx_2}{dt} = x_1, & x_2(0) = 0, \end{cases}$$

$x_1(1)$ 和 $x_2(1)$ 自由，求 $u(t)$ 使满足约束条件 $|u| \le 1$，

并使 $J = x_2(1)$ 最小。

4. 应用离散系统的最大值原理，求解以下最优控制问题：　（20/分）

系统的状态方程为

$$x(k+1) = a(k)x(k) + b(k)u(k), \quad x(0) = 2$$

求 $u(k)$ 使

$$J = \sum_{k=0}^{2} \left[q(k)x^2(k) + r(k)u^2(k) \right] + \frac{1}{4}x^2(k)$$

最小，其中

$a(0) = \frac{1}{2}$，$b(0) = \frac{1}{6}$，$q(0) = 0$，$r(0) = 1$，

$a(1) = 3$，$b(1) = \frac{1}{2}$，$q(1) = 12$，$r(1) = 2$，

$a(2) = 4$，$b(2) = 2$，$q(2) = 2$，$r(2) = 1$。

5. 已给系统的状态方程为 (10分)

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = x_2 , & x(0)=1 , & x_1(t_f)=0 , \\ \dfrac{dx_2}{dt} = u , & x_2(0)=1 , & x_2(t_f)=0 . \end{cases}$$

目标函数为

$$J = \int_{t_0}^{t_f} |u(t)|\, dt .$$

导出在约束条件 $|u| \le 1$ 下，使J最小的最优控制与状态变量的关系，其中 t_f 为给定值。

6. 已知 (C, A) 完全能观测，试证明 (C, A+αI) 也完全能观测，其中α为已给常数，I为单位矩阵。(10分)