

## 2000 年南开大学概率统计考研试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

15分 1. 进入商店的人数  $X$  服从参数为  $\lambda$  的泊松分布. 进入商店的人中有比例  $p$  的人买商品, 求买商品的人的人数  $Y$  的概率分布.

15分 2. 设  $X, Y$  为两个独立的随机变量, 均服从  $N(0, 1)$ , 试求  $U = X + Y$ ,  $V = X - Y$  的联合分布及边缘分布.

15分 3. 设  $\{X_n\}$  是一独立随机变量列, 试证  $X_n \xrightarrow{a.s.} 0$  的充要条件是对任意的  $\varepsilon > 0$ , 有  $\sum_{n=1}^{\infty} P\{|X_n| \geq \varepsilon\} < +\infty$

15分 4. 设  $\{X_k\}$  独立,  $X_k$  服从  $[-k, k]$  上的均匀分布, 问对  $\{X_k\}$  能否用中心极限定理?

15分 5. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是服从  $N(\mu, \sigma^2)$  ( $\mu, \sigma^2$  均未知) 的总体中抽取的容量为  $n$  的子样, 选择常数  $C$ , 使

$$T = C \sum_{i=1}^{n-1} (X_{i+1} - X_i)^2$$

是  $\sigma^2$  的无偏估计.

15分 6. 求密度函数  $p(x) = (\alpha + 1)x^\alpha$  ( $0 < x < 1$ ) 中参数  $\alpha$  的极大似然估计与矩估计量.

15分 7. 设  $X_k = (X_1, \dots, X_n)$  为有序样本, 即  $X_k$  为第  $k$  次抽取的样点.  $X = \{X_1, \dots, X_n\}$  为无序样本,  $T_k$  是依赖  $X_k$  的统计量, 则依赖无序  $X$  的统计量  $T = E(T_k | X)$  有 (1)  $ET = ET_k = \theta$ , (2)  $E(T - \theta)^2 \leq E(T_k - \theta)^2$