

北方工业大学

一九九九年硕士学位研究生入学考试试题

考试科目: 概率论与数理统计
 适用专业: 数量经济
 说 明:

1. 设 A 与 B 是两个随机事件, 已知 A 与 B 至少有一个发生的概率是 $1/3$, A 发生且 B 不发生的概率是 $1/9$, 求 B 发生的概率。(满分 8 分)
2. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 且 $P(X=1)=P(X=2)$, 求 $P(X=4)$ 。(满分 8 分)
3. 四个车间 A, B, C, D 生产同种产品, 日产量分别占全厂产量的 30%, 27%, 25%, 18%。若已知这四个车间产品的不合格品率分别为 0.10, 0.05, 0.20 和 0.15, 今从该产品中任意抽取一件, 发现是不合格品, 问这件产品是由 A 车间生产的概率为多少?(满分 10 分)
4. 设随机变量 X 具有连续的分布函数 $F(x)$, 求 $Y=F(X)$ 的概率密度函数。(满分 8 分)
5. 设随机变量 X 和 Y 相互独立, X 的概率密度函数为 $f(x)$, Y 为离散型的随机变量, 且取值 a_i 的概率为 $P_i, i=1, 2, \dots, n$. 证明 $X+Y$ 的概率密度函数为:

$$h(x) = \sum P_i f(x - a_i)$$

(满分 10 分)

6. 设随机变量 X 服从几何分布, 其分布律为:
 $P(X=k) = p(1-p)^{k-1}, k=1, 2, \dots$, 其中 $0 < p < 1$ 是常数, 求 $E(X), D(X)$ 。
 (满分 12 分)

7. 设随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & |y| < x, \quad 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

 求 $f_{X,Y}(x, y), f_{Y,X}(y, x)$ 。(满分 12 分)

8. 设 X 和 Y 是相互独立的随机变量, 其概率密度函数分别为

$$f_X(x) = \begin{cases} ae^{-ax}, & 0 < x \\ 0 & \text{其它} \end{cases}; f_Y(y) = \begin{cases} be^{-by}, & 0 < y \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

引进随机变量

$$Z = \begin{cases} 1 & X < Y \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求 Z 的分布律和分布函数。(满分 12 分)

9. 设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f_X(x) = \begin{cases} 1/\lambda & 0 < x < \lambda \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

X_1, X_2, \dots, X_n 是来自 X 的样本, 求未知参数 λ 的极大似然估计量, 该估计量是无偏的吗? (满分10分)

10. 两化验室对冷却水的含氯量 (ppm) 分别同时取样化验测量, 数据如下:

次	1	2	3	4	5	6	7
化验室A	1.15	1.86	0.75	1.82	1.14	1.65	1.90
化验室B	1.00	1.90	0.90	1.80	1.20	1.70	1.95

问两个化验室测定的结果之间有无显著差异? 假设显著性水平 $\alpha=0.01$

$$\begin{aligned} (t_{0.01}(7) &= 2.998, & t_{0.01}(6) &= 3.143 \\ t_{0.005}(7) &= 3.500, & t_{0.005}(6) &= 3.707 \\ t_{0.01}(14) &= 2.625, & t_{0.01}(12) &= 2.681 \\ t_{0.005}(14) &= 2.977, & t_{0.005}(12) &= 3.055)。 \end{aligned}$$