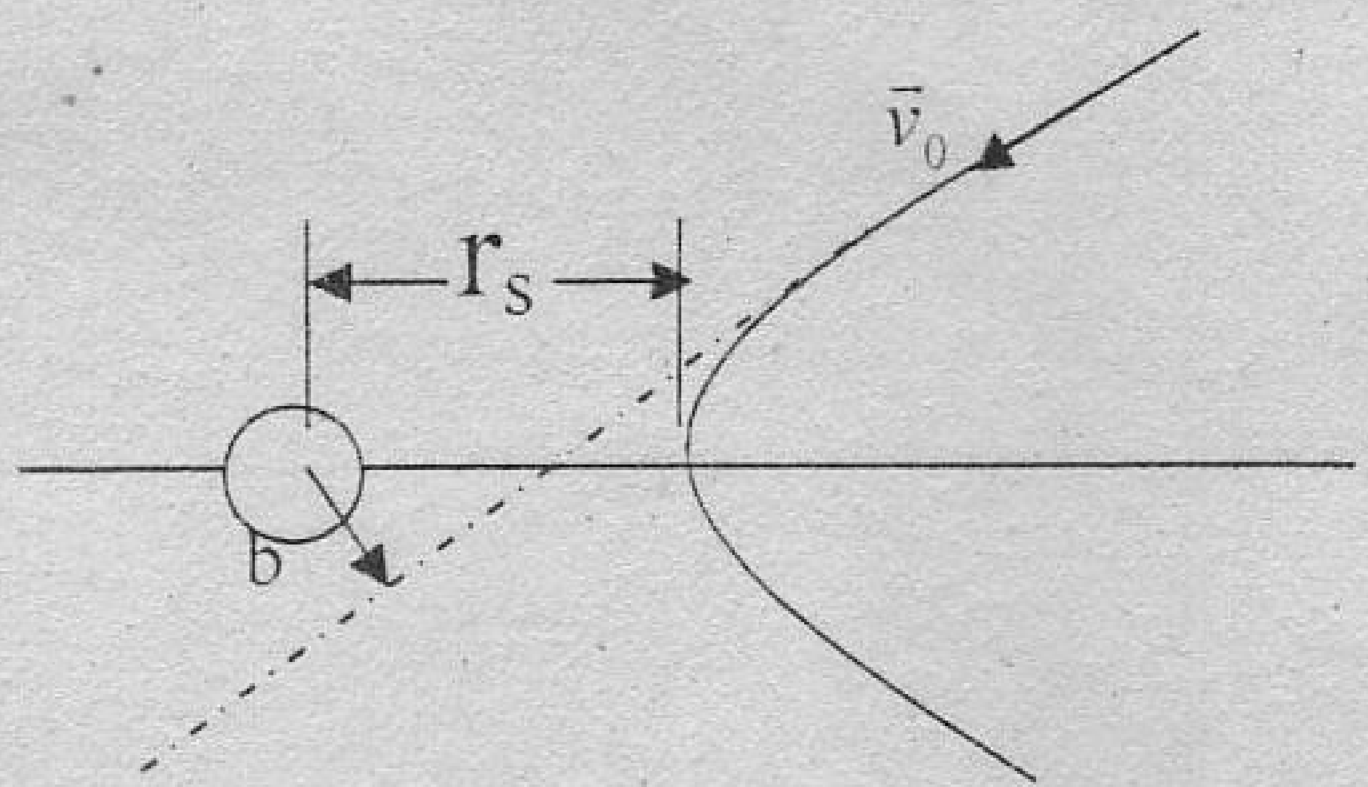
2005年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

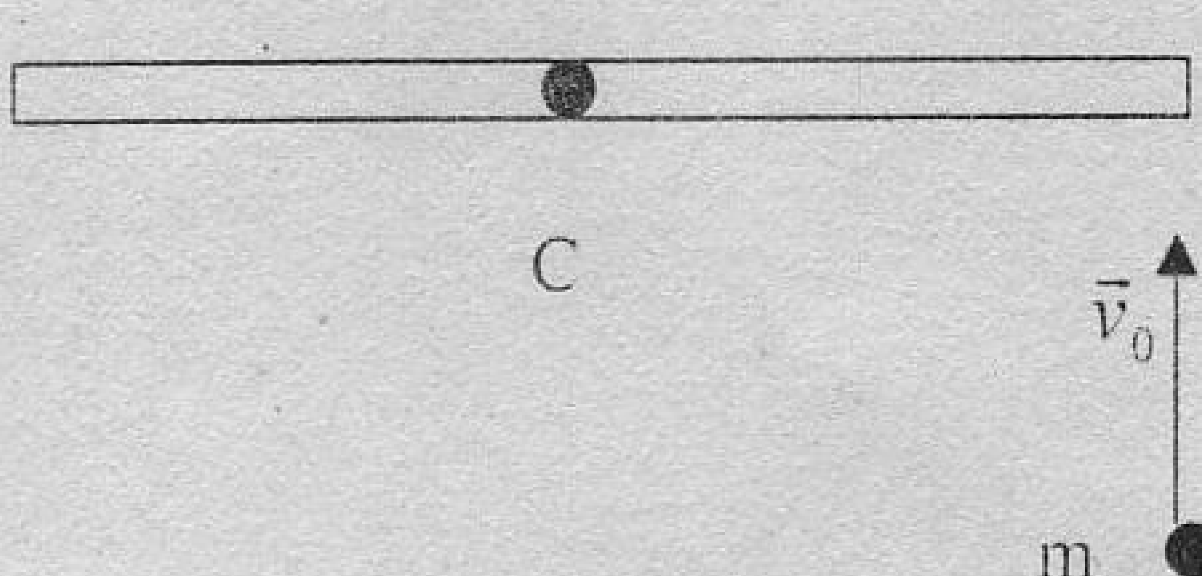
试题名称：　普通物理 B

一、（20分）一个跳水运动员沿垂直方向入水，接触水面时速率为 v_0。入水后地球对他的引力和水的浮托作用相抵消，仅受水的阻碍而减速。自水面向下取坐标轴 oy，其加速度为 $-Kv_y^2$，v_y 为速度，K 为常量。求入水后运动员速度随时间的变化。

二、（20分）一质子以初速度 $\vec{v}_0$ 通过质量较大的原子核时，原子核可看作不动，质子受到原子核的斥力作用，它运行的轨迹将是一条双曲线，如图所示。设原子核所带电荷量为 Ze，初速度 $\vec{v}_0$ 的方向与原子核的垂直距离为 b。试求质子和原子核的最近距离 r_s 和在最近处的速度。



三、（15分）如图所示，在光滑水平面上，小球与中心固定的均匀细杆的一端作完全弹性碰撞。求碰后小球和杆的运动。（已知小球质量为 m，碰前速度大小为 v_0，方向与杆垂直。杆长为 L，质量为 M，碰前静止。）



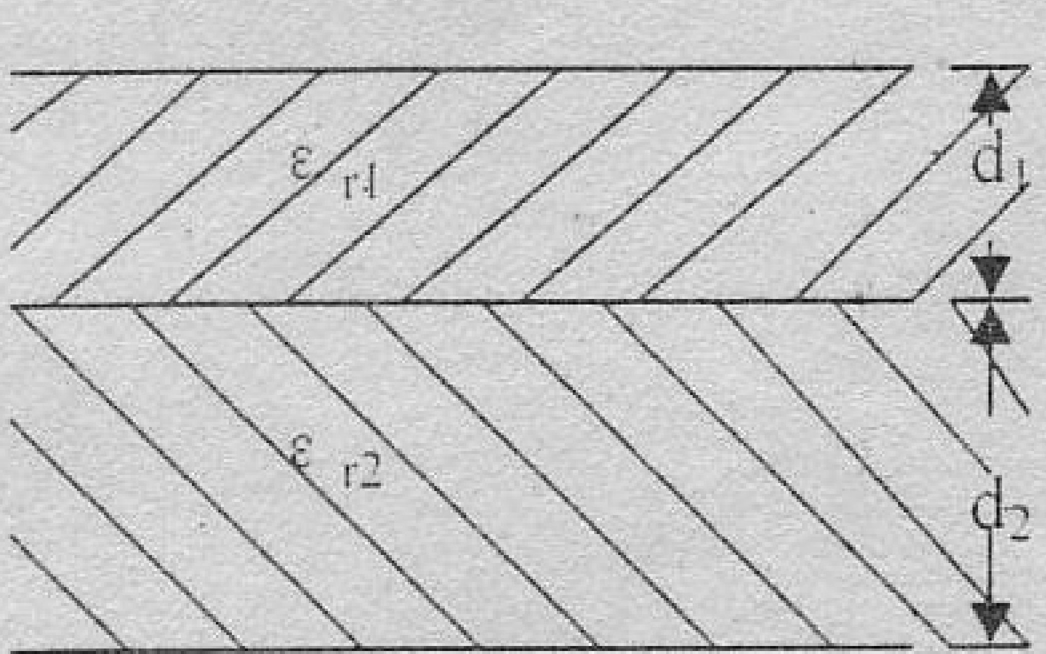
四、（20分）平行板电容器（极板面积 S、间距 d），中间有厚度各为 d_1 和 d_2（$d_1+d_2=d$）、相对介电常数各为 ε_{r1} 和 ε_{r2} 的电介质层（见附图），试求：

（1）电容 C；

（2）当金属极板上带电面密度为 $\pm\sigma_{e0}$ 时，两介质分界面上束缚面电荷密度 σ_e'；

（3）极板间的电位差 U；

（4）两层介质中的电位移 D。

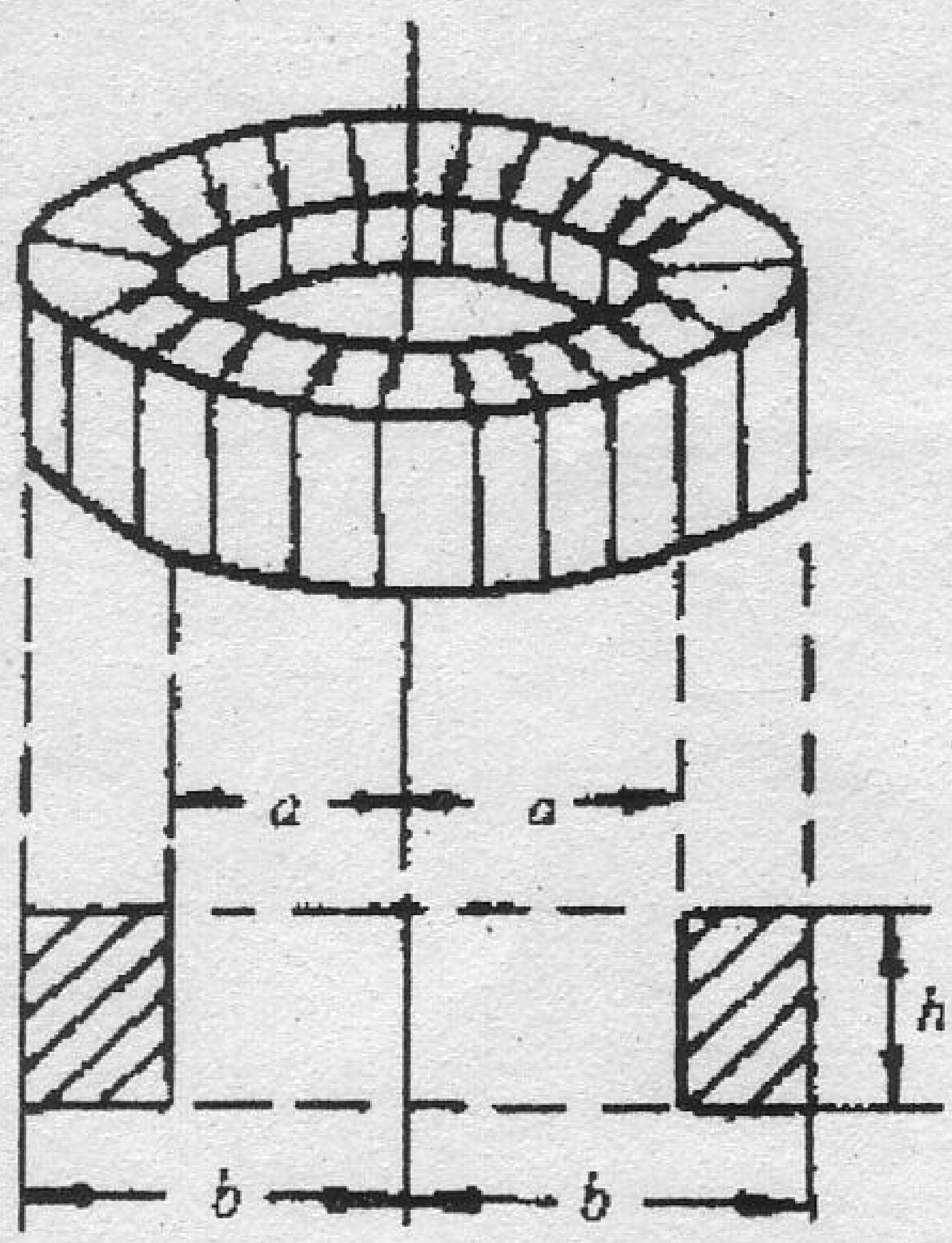


五、（20 分）截面为矩形的螺绕环共绕 N 匝，尺寸如图所示。在螺绕环的轴线上有一无限长的直导线。若在螺绕环的线圈中通以电流 I。求：

（1）螺绕环的自感系数；

（2）螺绕环内储存的磁能；

（3）螺绕环与长直导线间的互感系数。



六、（15 分）在充满了完全电离的氢气的长管中，电子以$10^5 cm\cdot s^{-1}$的平均速度沿着长管流动。管中电离氢气的电流为$10^4 A$，电流束的截面直径为 50cm，求作用在流束侧面的一个电子上的力F的大小和方向。

七、（20 分）（1）简述一种方法，使处于基态的氢原子直接激发到$n=5$的激发态（数据用常数表示）。

（2）不考虑精细结构，当氢原子处于$n=4$的激发态时，可能形成多少条谱线？用R_H为表示出各谱线的波数并指出它们分别属于哪个谱线系。

（3）对于属于巴耳末系的几条谱线，Li^{++}离子可从量子数为多少的能级之间跃迁形成和其相近的谱线？

八、（20 分）（1）试写出氯原子（Cl，Z=17）基态的电子组态和原子态的表达式；

（2）计算其自旋角动量、轨道角动量及磁矩的数值（用常数表示）。

（3）将其置于外磁场 B 中，该能级将分裂成几个子能级？若磁感应强度为 0.5T，则相邻子能级的间隔为多大（eV）？已知 $\mu_B \approx 5.79\times10^{-5} eV\cdot T^{-1}$

题名称：　　普通物理B（460）

一、(20分)一个跳水运动员沿垂直方向入水，接触水面时速率为 v_0。入水后地球对他的引力和水的浮托作用相抵消，仅受水的阻碍而减速。自水面向下取坐标轴oy，其加速度为 $-Kv_y^2$，v_y 为速度，K 为常量。求入水后运动员速度随时间的变化。

解:

$$\frac{dv_y}{dt} = -kv_y^2$$

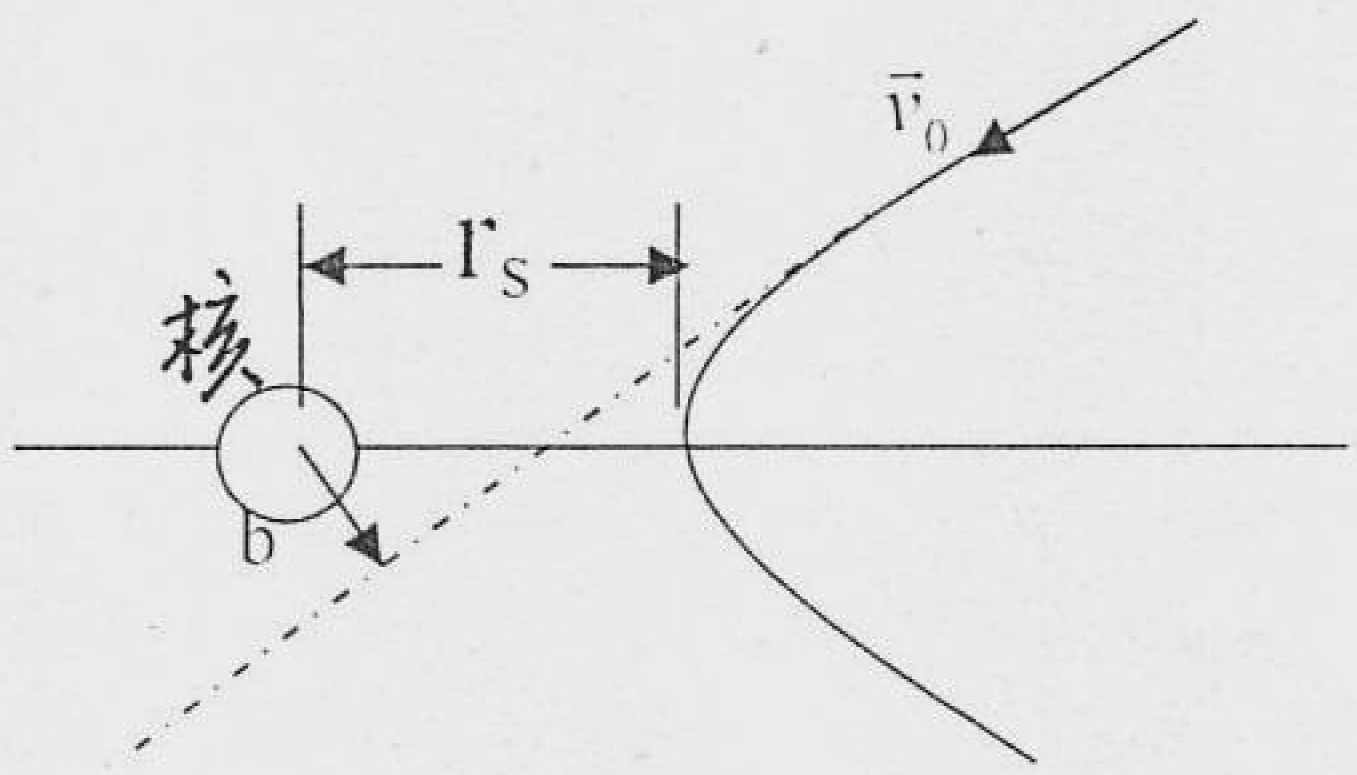
$$-v_y^{-2}dv_y = kdt$$

$$t = 0\text{时},\ v_y = v_0$$

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{v_0} = kt$$

$$\therefore v = v_0/(kv_0t + 1)$$

二、(20分)一质子以初速度 $\vec{v}_0$ 通过质量较大的原子核时，原子核可看作不动，质子受到原子核的斥力作用，它运行的轨迹将是一条双曲线，如图所示。设原子核所带电荷量为 Ze，初速度 $\vec{v}_0$ 的方向与原子核的垂直距离为 b。试求质子和原子核的最近距离 r_s 和在最近处的速度。



解：由库仑定律、作用在质子上的力为：

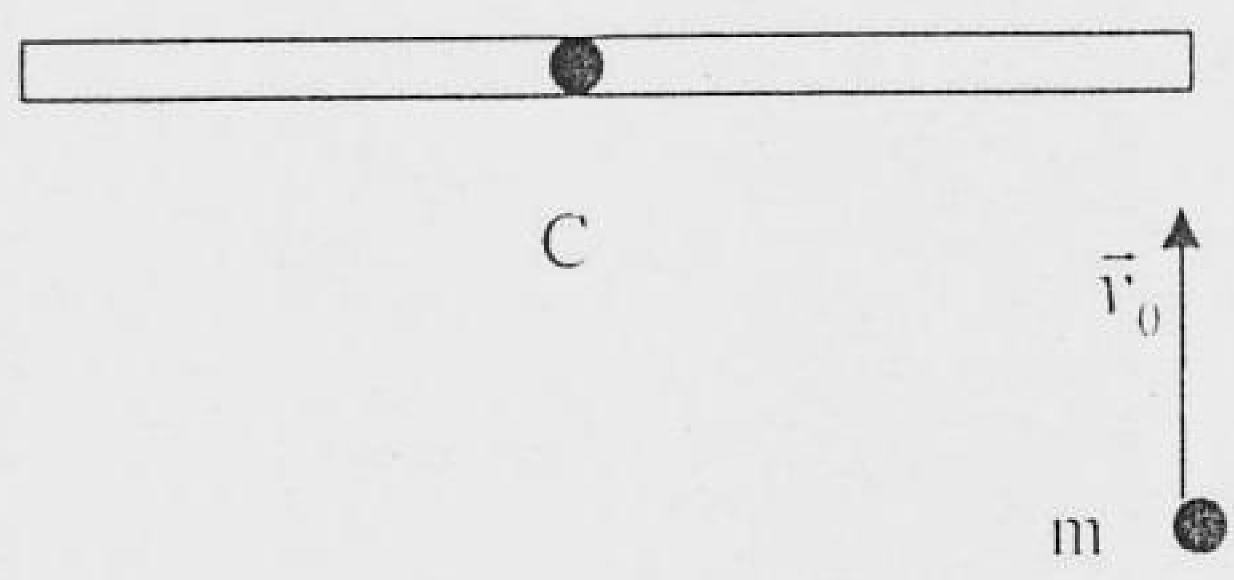
$$F = k\frac{Ze^2}{r^2}$$

由角动量守恒：$mv_0b = mv_sr_s$　　(1)

由能量守恒：$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_s^2 + k\frac{Ze^2}{r_s}$　　(2)

由此解得：$r_s = 2k\frac{Ze^2}{mv_0} + \sqrt{2k\frac{Ze^2}{mv_0^2} + 4b^2}$

三、(15分)如图所示，在光滑水平面上，小球与中心固定的均匀细杆的一端作完全弹性碰撞。求碰后小球和杆的运动。(已知小球质量为 m，碰前速度大小为 v_0，方向与杆垂直。杆长为 L，质量为 M，碰前静止。)



解：取小球和细杆为物体系。因为碰撞是完全弹性的，而且轴作用于杆质心的力不做功。所以系统机械能守恒。

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}I_C\varpi^2$$

$$I_C=\frac{1}{12}mL^2$$

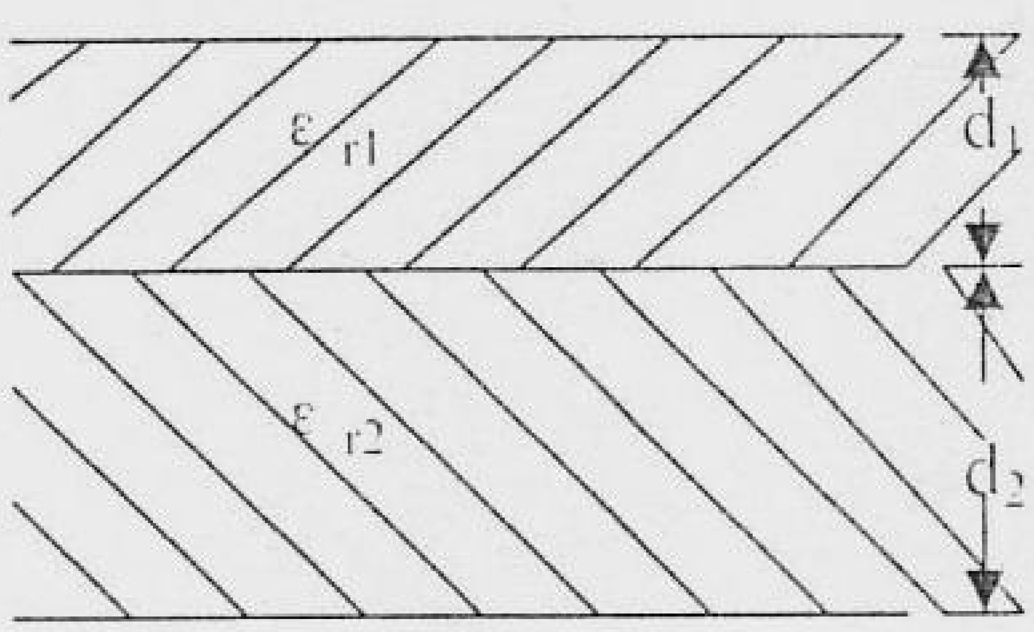
以 C 为参照点，轴的力对 C 点的力矩为零。所以系统对 C 点角动量守恒：$\frac{1}{2}mLv_0=\frac{1}{2}mLv+I_C\varpi$

联立上述三式，可得：

$$v=\frac{3m-M}{3m+M}v_0$$

$$\varpi=\frac{12mv_0}{(3m+M)L}$$

四、(20分)平行板电容器(极板面积 S、间距 d)，中间有厚度各为 d_1 和 d_2 ($d_1+d_2=d$)、相对介电常数各为 ε_{r1} 和 ε_{r2} 的电介质层(见附图)，试求：



(1) 电容 C;

(2) 当金属极板上带电面密度为 $\pm\sigma_{e0}$ 时，两介质分界面上束缚面电荷密度 σ'_e;

(3) 极板间的电位差 U;

(4) 两层介质中的电位移 D。

解：(1) 设极板带有自由电荷 $q=\pm\sigma_{e0}\cdot S$，则介质 1 和 2 中场强分别为：

$E_1=\frac{\sigma_{e0}}{\varepsilon_0\varepsilon_1}, E_2=\frac{\sigma_{e0}}{\varepsilon_0\varepsilon_2}$。所以两极板间的电势差为：

$$u=E_1d_1+E_2d_2=\frac{\sigma_{e0}(\varepsilon_1d_2+\varepsilon_2d_1)}{\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2}$$

$$\therefore C=\frac{q}{u}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2 S}{\varepsilon_1 d_2+\varepsilon_2 d_1}$$

（2）介质 1 和 2 中极化强度矢量大小分别为:

$$P_1=\varepsilon_0(\varepsilon_1-1)E_1, P_2=\varepsilon_0(\varepsilon_2-1)E_2$$

所以介质界面上束缚电荷面密度为:

$$\sigma'_e=(\vec{P}_1-\vec{P}_2)\cdot\vec{n}=P_1-P_2=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{\varepsilon_1\varepsilon_2}\sigma_{e0}$$

（3）见（1）　$u=\dfrac{\sigma_{e0}(\varepsilon_1 d_2+\varepsilon_2 d_1)}{\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2}$

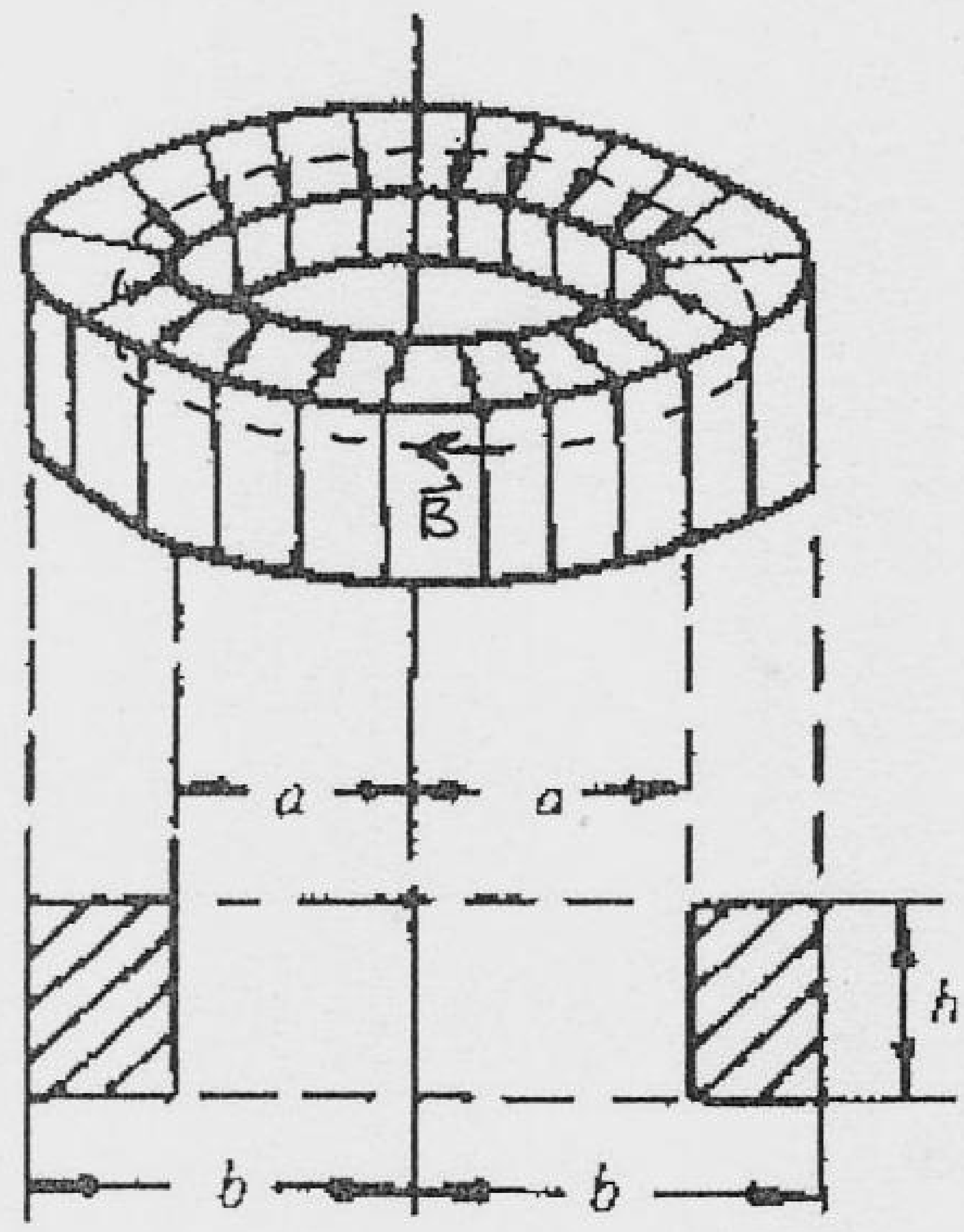
（4）在两层介质中，$D=\sigma_{e0}$

五、（20 分）截面为矩形的螺绕环共绕 N 匝，尺寸如图所示。在螺绕环的轴线上有一无限长的直导线。若在螺绕环的线圈中通以电流 I。求:

（1） 螺绕环的自感系数;

（2） 螺绕环内储存的磁能;

（3） 螺绕环与长直导线间的互感系数。



解:（1）由于对称性，磁场只集中于螺绕环内。以轴线为轴，以 r 为半径，在垂直于轴线的平面内作圆。则:

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=2\pi r B=\mu_0 NI$$

$$\therefore B=\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

B 的方向为圆的切线方向，由右手定则定（如图示）。

据对称性，距轴线 r 的所有点，B 的大小相等，且方向垂直于截面，

$$\therefore \Phi=\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=\iint_S BdS=\int_a^b Bhdr=\frac{\mu_0 NIh}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

$$\therefore L=\frac{\Psi}{I}=\frac{N\Phi}{I}=\frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

（2）螺绕环内储存的磁能为：

$$W_m=\frac{1}{2}LI^2=\frac{\mu_0 N^2 h}{4\pi}I^2\ln\frac{b}{a}$$

（3）设长直导线中通有电流 I_1。长直导线在距其 r 处所产生磁感应强度为：

$$B_1=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

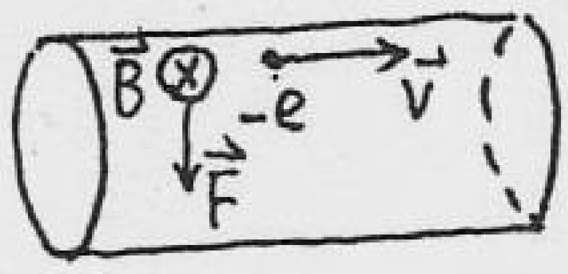
方向与螺绕环截面垂直。故长直导线在螺绕环中产生的互感磁通为：

$$\Psi_1=N\iint_S \vec{B}_1\cdot d\vec{S}=N\iint_S B_1 dS=\frac{\mu_0 I_1 Nh}{2\pi}\int_a^b\frac{dr}{r}=\frac{\mu_0 I_1 Nh}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

$$\therefore M=\frac{\Psi_1}{I_1}=\frac{\mu_0 Nh}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

六、（15 分）在充满了完全电离的氢气的长管中，电子以$10^5\,cm\cdot s^{-1}$的平均速度沿着长管流动。管中电离氢气的电流为$10^4\,A$，电流束的截面直径为 50cm，求作用在流束侧面的一个电子上的力 $\vec{F}$ 的大小和方向。

解：从对称性，由安培环路定理，在流束侧面处磁感应强度为：



$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times10^4}{2\pi\times0.25}=8\times10^{-3}(T)$$

$$\therefore F=evB=1.6\times10^{-19}\times10^3\times8\times10^{-3}=1.28\times10^{-18}(N)$$

力的方向由 $\vec{F}=-e\vec{v}\times\vec{B}$ 定，如图示。这力指向流束的轴线，因而使流束收缩。

七、（20 分）（1）简述一种方法，使处于基态的氢原子直接激发到 $n=5$ 的激发态（数据用常数表示）。

（2）不考虑精细结构，当氢原子处于 $n=4$ 的激发态时，可能形成多少条谱线？用 R_H 为表示出各谱线的波数并指出它们分别属于哪个谱线系。

（3）对于属于巴耳末系的几条谱线，Li^{++}离子可从量子数为多少的能级之间跃迁形成和其相近的谱线？

解：（1）此答案不是唯一的。常用的方法有两种：

$$\because E_n=-R_H hc/n^2,\ \Delta E_1=E_5-E_1=(1-\frac{1}{5^2})R_H hc=\frac{24}{25}R_H hc$$

$$\Delta E_2 = E_6 - E_1 = (1-\frac{1}{6^2})R_H hc = \frac{35}{36}R_H hc$$

$$\Delta E_3 = E_4 - E_1 = (1-\frac{1}{4^2})R_H hc = \frac{15}{16}R_H hc$$

令:

$$hc\tilde{\nu}_1 = \Delta E_1 .\therefore \tilde{\nu}_1 = \frac{24}{25}R_H ,$$

$$hc\tilde{\nu}_2 = \Delta E_2 .\therefore \tilde{\nu}_2 = \frac{35}{36}R_H ,$$

$$hc\tilde{\nu}_3 = \Delta E_3 .\therefore \tilde{\nu}_3 = \frac{15}{16}R_H$$

方法（Ⅰ）通过非弹性碰撞方式用能量满足 $\frac{35}{36}R_H hc > E \geq \frac{24}{25}R_H hc$ 的电子去激发基态氢原子。

（Ⅱ）用含有 $\tilde{\nu}_1 = \frac{24}{25}R_H$，且波数范围在 $\frac{35}{36}R_H > \tilde{\nu} \geq \frac{15}{16}R_H$ 的光照射氢原子。

（2.）$\tilde{\nu}_H = R_H(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2})$，共形成六条谱线。

莱曼系：$\tilde{\nu} = R_H(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{n^2})$　n=2, 3, 4，共有三条谱线

n=2，$\tilde{\nu} = \frac{3}{4}R_H$；n=3，$\tilde{\nu} = \frac{8}{9}R_H$；n=4，$\tilde{\nu} = \frac{14}{15}R_H$

巴尔末系：$\tilde{\nu} = R_H(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n^2})$　n=3, 4，共有两条谱线

n=3，$\tilde{\nu} = \frac{5}{36}R_H$；n=4，$\tilde{\nu} = \frac{3}{16}R_H$；

帕邢系：$\tilde{\nu} = R_H(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{n^2})$　n=4，共有一条谱线

n=4，$\tilde{\nu} = \frac{7}{144}R_H$

（3）$\because \tilde{\nu}_{Li} = 9R_{Li}(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}) = R_{Li}[\frac{1}{(\frac{m}{3})^2}-\frac{1}{(\frac{n}{3})^2}]$

$\tilde{\nu}_H = \frac{5}{36}R_H$，$\tilde{\nu}_{Li} = \frac{5}{36}R_H$，　n=9→m=6

$\tilde{\nu}_H = \frac{3}{16}R_H$，$\tilde{\nu}_{Li} = \frac{3}{16}R_H$，n=12→m=6

八、(20分)（1）试写出氯原子(Cl, Z=17)基态的电子组态和原子态的表达式；（2）计算其自旋角动量、轨道角动量及磁矩的数值（用常数表示）。
（3）将其置于外磁场 B 中，该能级将分裂成几个子能级？若磁感应强度为 0.5T，则相邻子能级的间隔为多大（eV）？已知 $\mu_B \approx 5.79\times10^{-5}\,eV\cdot T^{-1}$

解：

(1) 氯原子基态电子组态为 $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$。

由洪德定则及泡利原理知基态时 $L=1$, $S=1/2$, $J=3/2$（倒序）,故原子态为 $^2P_{3/2}$。

(2)、自旋角动量 $P_s=\sqrt{S(S+1)}\hbar=\frac{1}{2}\sqrt{3}\hbar$

轨道角动量 $P_L=\sqrt{L(L+1)}\hbar=\sqrt{2}\hbar$

g 因子 $g=1+\frac{J(J+1)-L(L+1)+S(S+1)}{2J(J+1)}=\frac{4}{3}$

磁矩 $\mu_J=g\sqrt{J(J+1)}\mu_B=\frac{2}{3}\sqrt{15}\mu_B$

(3) 子能级数 $2J+1=2\times(3/2)+1=4$ 个

子能级间隔 $\Delta E=g\mu_B B=\frac{4}{3}\times5.79\times10^{-5}\times0.5\mathrm{eV}\approx3.86\times10^{-5}\mathrm{eV}$