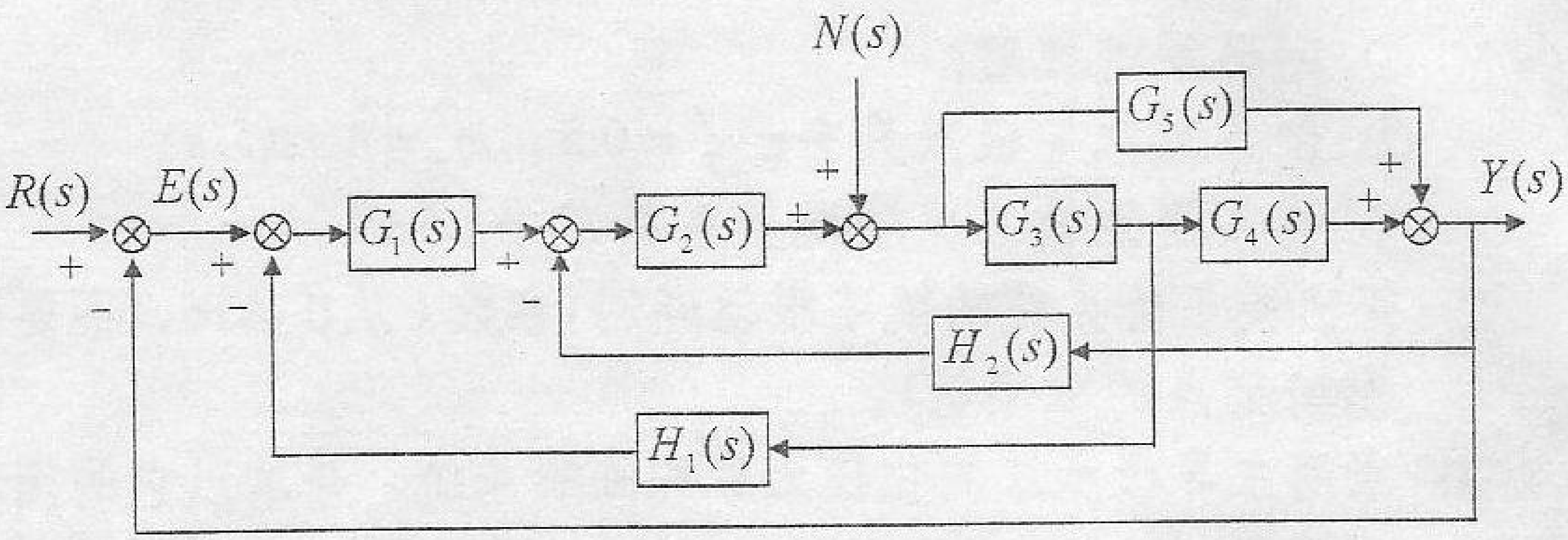
＊说明：全部答题包括填空、选择题必须答在考点下发的答题纸上，否则，一律无效。

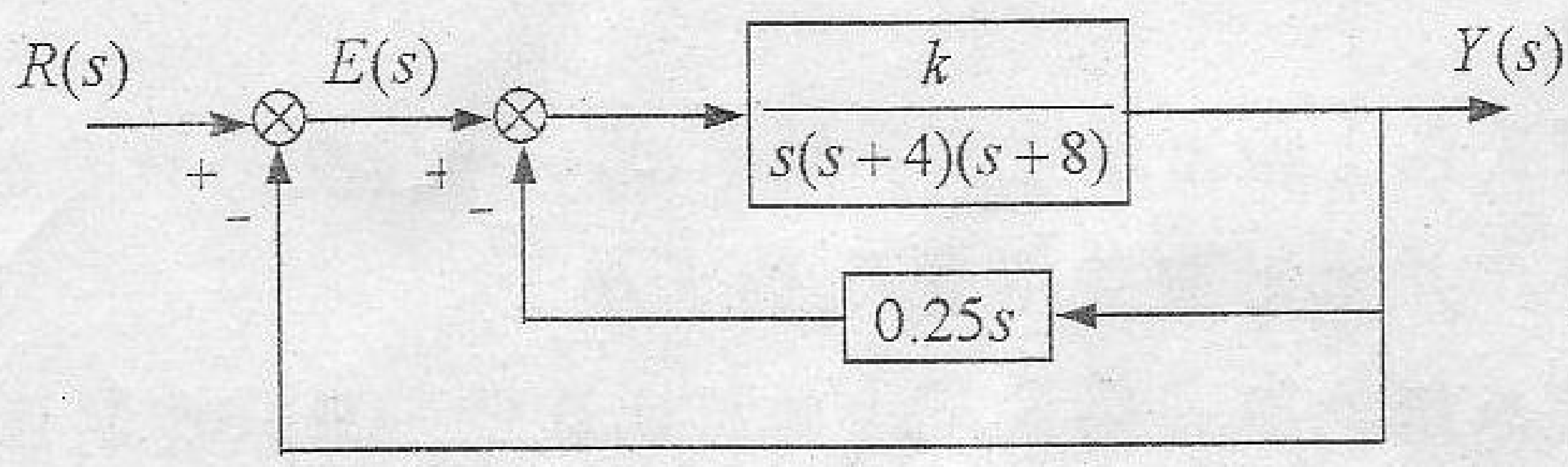
试题名称： 自动控制理论

一、(22分) 控制系统方块图如下图所示。



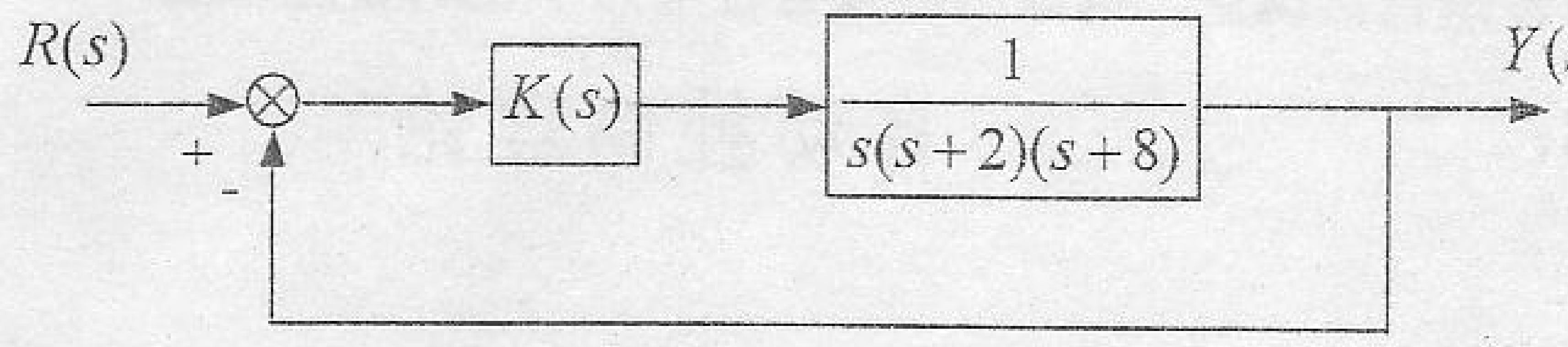
1. 用方块图等效变换法，求系统的闭环传递函数 $Y(s)/R(s)$ 和 $E(s)/R(s)$。
2. 欲使系统的输出 $Y(s)$ 不受扰动 $N(s)$ 的影响，应满足何条件？

二、(20分) 反馈控制系统如下图所示。



1. 确定使系统一对复根的阻尼比 $\zeta=0.707$ 时的 k 值。
2. 在题1条件下，求出系统的闭环极点。
3. 在题1确定的 k 值下，求系统在单位斜坡输入信号作用下的稳态误差。

三、(24 分) 反馈控制系统如下图所示。取$K(s)=\dfrac{k(s+z)}{s+p}$，且$\dfrac{p}{z}=6$。



1. 确定控制器参数k、z、p的值。要求满足以下条件:
   ① 闭环系统稳定;
   ② 使系统主导极点具有: $\zeta=0.5$、$\omega_n=4\ rad/s$;
   ③ 使系统的稳态速度误差系数$K_v=1.5\,s^{-1}$。
2. 画出校正后系统的概略根轨迹图(参数k从$0\to\infty$，不要求算出特征点的准确值)。
3. 采用主导极点法简化校正后的高阶系统，并求出它的闭环传递函数。

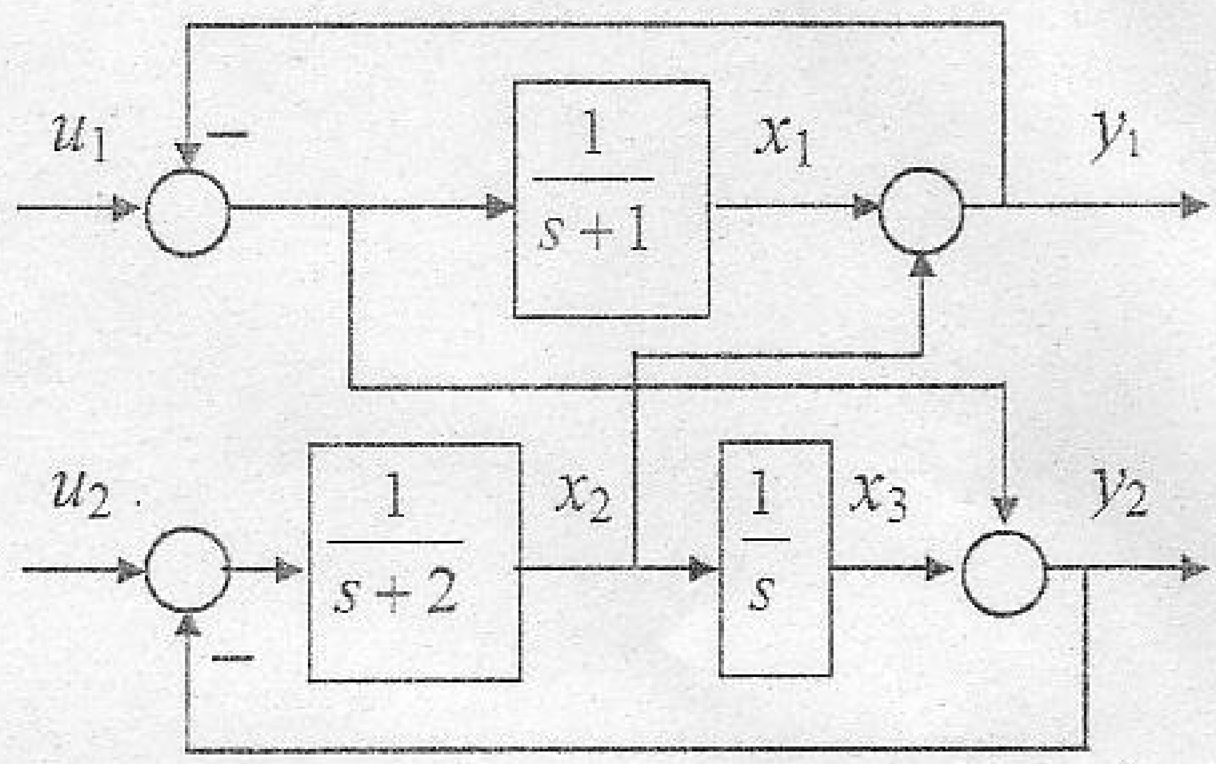
四、(24 分) 单位负反馈系统的开环传递函数为

$$G(s)=\frac{0.15(8s+1)}{s^2(s+1)^2}$$

1. 画出$G(s)$的完整奈氏图，用奈氏稳定判据判断闭环系统的稳定性。
2. 在奈氏图上指出增益交界频率ω_m、相位交界频率ω_c、相位裕量γ，并给出增益裕量K_g的大小。
3. 为使系统的增益裕量$K_g=\infty$，试选择一串联控制器$K(s)$。要求给出$K(s)$的传递函数和参数取值范围，并简述选取理由。

五、（20 分）系统的动态结构如图所示，试以 $\boldsymbol{u}$ 为输入，$\boldsymbol{y}$ 为输出，$\boldsymbol{x}$ 为状态变量列写系统的状态空间表达式：

$$\boldsymbol{u}=\begin{bmatrix}u_1\\u_2\end{bmatrix},\boldsymbol{y}=\begin{bmatrix}y_1\\y_2\end{bmatrix},\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}$$



六、（24 分）已知某系统的传递函数如下，试分别给出满足以下条件的实现并分析实现的稳定性

$$g(s)=\frac{2(s+1)(s+4)}{(s+2)(s+3)}$$

1. 求既能控又能观的约当型实现，分析该实现的渐近稳定性；
2. 求一个维数尽可能低的能控但不能观、李雅普诺夫意义下稳定但非渐近稳定的实现，分析该实现的 BIBO 稳定性；
3. 求一个维数尽可能低的既不能控又不能观、且李雅普诺夫意义下不稳定的实现，分析该实现的 BIBO 稳定性和渐近稳定性。

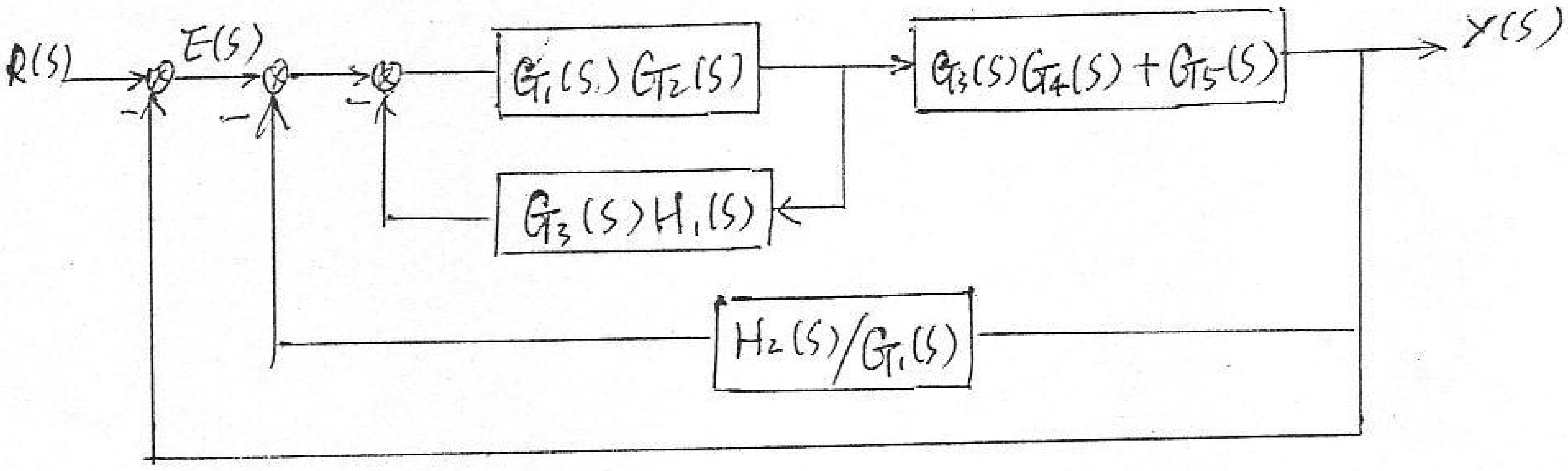
七、（16 分）对单输入-单输出能控的线性定常系统

1. 证明：状态反馈不改变传递函数的零点；
2. 问：如果系统不能控上述结论还正确吗？

2006年硕士学位研究生入学考试试题参考答案

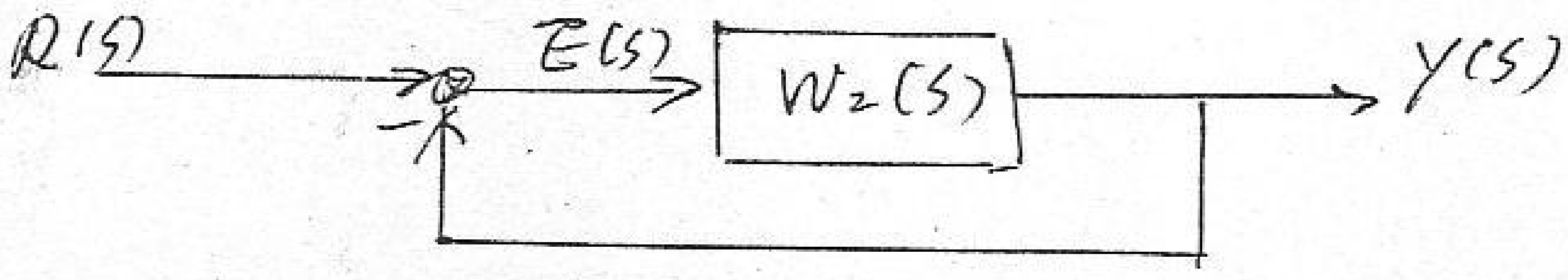
（自动控制理论）

一、1. $R(s)\neq 0$，$N(s)=0$



$$W_1(s)=\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)G_3(s)H_1(s)}$$

$$W_2(s)=\frac{G_1(s)G_2(s)\left[G_3(s)G_4(s)+G_5(s)\right]}{1+G_1(s)G_2(s)G_3(s)H_1(s)+G_2(s)G_3(s)G_4(s)H_2(s)+G_2(s)G_5(s)H_2(s)}$$



$$\therefore\ \frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{W_2(s)}{1+W_2(s)}$$

$$=\frac{G_1G_2(G_3G_4+G_5)}{1+G_1G_2G_3G_4+G_1G_2G_5+G_1G_2G_3H_1+G_2G_3G_4H_2+G_2G_5H_2}$$

$$\frac{E(s)}{R(s)}=\frac{1}{1+W_2(s)}$$

$$=\frac{1+G_1G_2G_3H_1+G_2G_3G_4H_2+G_2G_5H_2}{1+G_1G_2G_3G_4+G_1G_2G_5+G_1G_2G_3H_1+G_2G_3G_4H_2+G_2G_5H_2}$$

2. $$\frac{Y(s)}{N(s)}=\frac{G_3G_4+G_5}{1+G_1G_2G_3G_4+G_1G_2G_5+G_1G_2G_3H_1+G_2G_3G_4H_2+G_2G_5H_2}$$

欲使$Y(s)$不受$N(s)$影响，应满足条件：$G_5(s)=-G_3(s)G_4(s)$

二.1. 开环传递函数：$G(s)=\dfrac{k}{s(s+4)(s+8)+0.25ks}$

闭环特征方程：$D(s)=s(s+4)(s+8)+k(0.25s+1)=0$

$\rightarrow (s+4)[s^2+8s+0.25k]=0$

据 $\omega_n=\sqrt{0.25k}=\dfrac{8}{2\times0.707}$，得

对 $\zeta=0.707$ 的复根，其对应的 k 值为：

$k=128$

2. 由题1，有

$D(s)=(s+4)(s^2+8s+0.25k)=(s+4)(s^2+8s+32)=0$

∴ $k=128$ 时，系统的闭环根是为：

$s_1=-4$，$s_{2,3}=-4\pm j4$

3. 由 $G(s)=\dfrac{128}{s[(s+4)(s+8)+32]}$，得

系统的稳态速度误差系数：

$K_v=\lim\limits_{s\to0}sG(s)=\dfrac{128}{4\times8+32}=2$

∴系统对单位斜坡输入的稳态误差为

$e_{ss}=\dfrac{1}{K_v}=0.2$

注：本题也可用根轨迹法求解。（略）

三.1 开环传函 $G(s)K(s)=\dfrac{k(s+z)}{s(s+6z)(s+2)(s+8)}$

主导根是：$s_d=-2\pm j3.46$

由 $\angle G(s_d)K(s_d)=-180°$，有

$$tg^{-1}\frac{3.46}{z-2} - tg^{-1}\frac{3.46}{6z-2} - 120^\circ - 90^\circ - 30^\circ = -180^\circ$$

$$tg^{-1}\frac{3.46}{z-2} - tg^{-1}\frac{3.46}{6z-2} = 60^\circ$$

$$\frac{17.3z}{6z^2-14z+15.97} = 1.73$$

$$\Rightarrow 3z^2-12z+8=0$$

∴ $z=0.85$，3.16（舍去），$p=5.1$

由 $G(s)K(s)=\dfrac{k(s+z)}{s(s+p)(s+2)(s+8)}$，得

$$K_v=\lim_{s\to 0} sG(s)K(s)=\frac{kz}{6z\cdot 2\cdot 8}=\frac{k}{96}=1.5$$

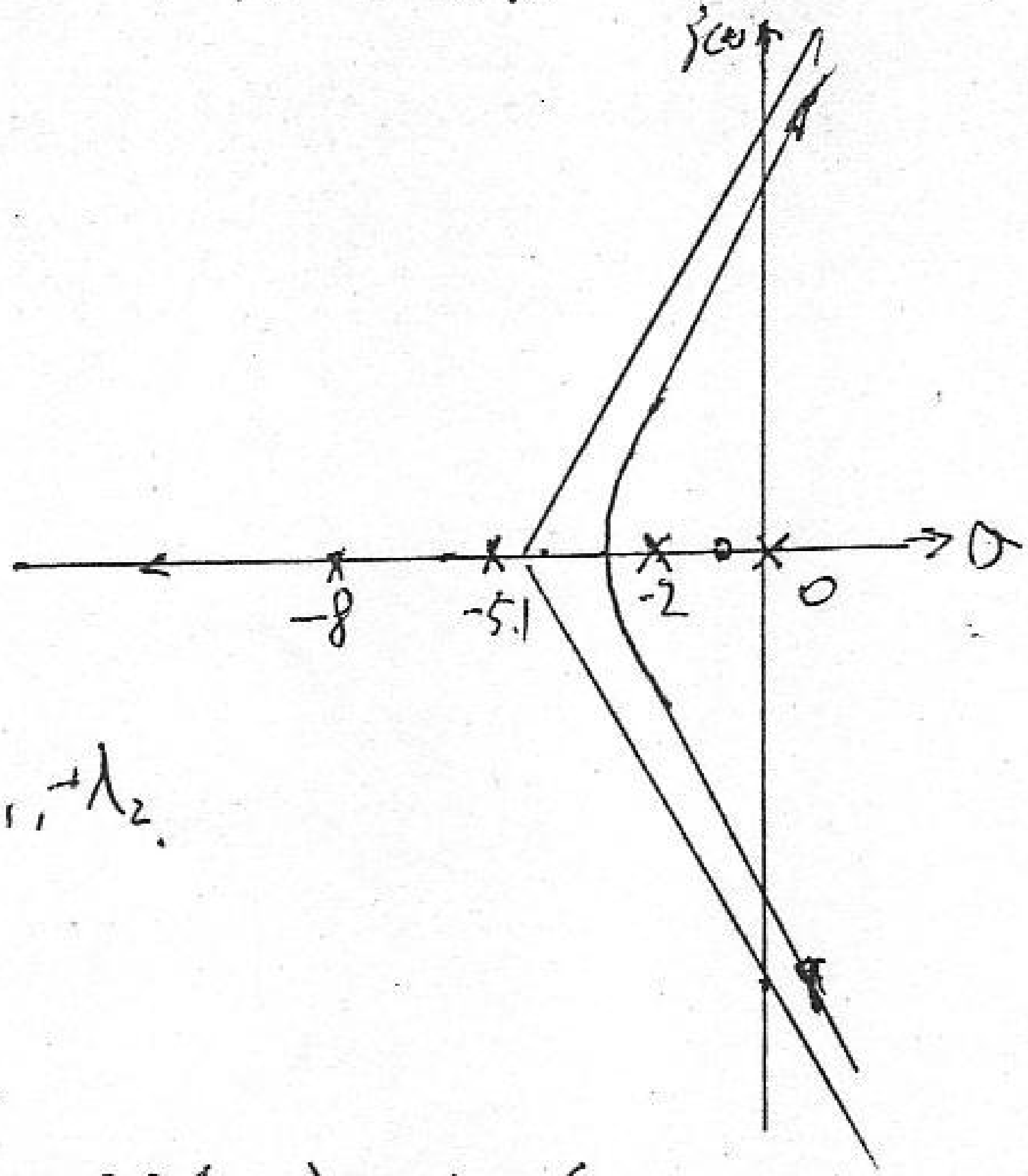
∴ $k=144$

2. 开环传递函数：$G(s)K(s)=\dfrac{k(s+0.85)}{s(s+5.1)(s+2)(s+8)}$

渐近线：3条

$$\theta_a=\begin{cases}\pm 60^\circ\\ -180^\circ\end{cases}$$

$$-\sigma_a=-4.75$$



3. $k=144$ 时，另二个闭环根为 $-\lambda_1$，$-\lambda_2$.

则 $\begin{cases}\lambda_1+\lambda_2=11.1\\ \lambda_1\cdot\lambda_2=7.66\end{cases}$

∴ $\lambda^2-11.1\lambda+7.66=0 \rightarrow \lambda_1=0.74$，$\lambda_2=10.36$

∴ $-\lambda_1=-0.74$，$-\lambda_2=-10.36$

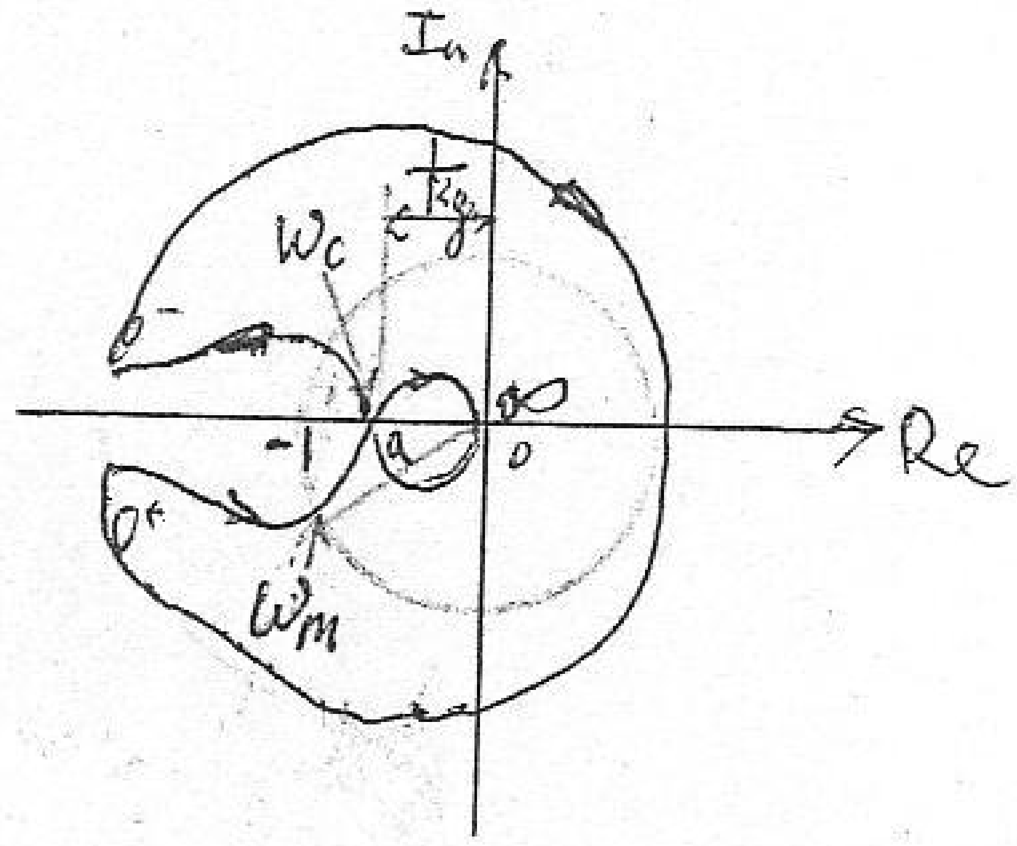
$\because \begin{cases} -\lambda_1 = -0.74 \\ -z = -0.85 \end{cases}$ 构成闭环偶极子

$\dfrac{\lambda_2}{|Re(s_d)|} = \dfrac{10.36}{2} > 5 \Rightarrow \lambda_2$ 为非主导极点.

$\therefore$ 系统可简化为二阶系统. 其闭环传函为

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{15.97}{s^2+4s+15.97}$$

四. 1. $G(s)$的奈氏图为



a点坐标:

$\omega_a = 0.87$ rad/s

$|G(j\omega_a)| = 0.8 < 1$

故$(-1, j0)$点位于a点左侧, 有

$n_c = n_0 + N = 0$

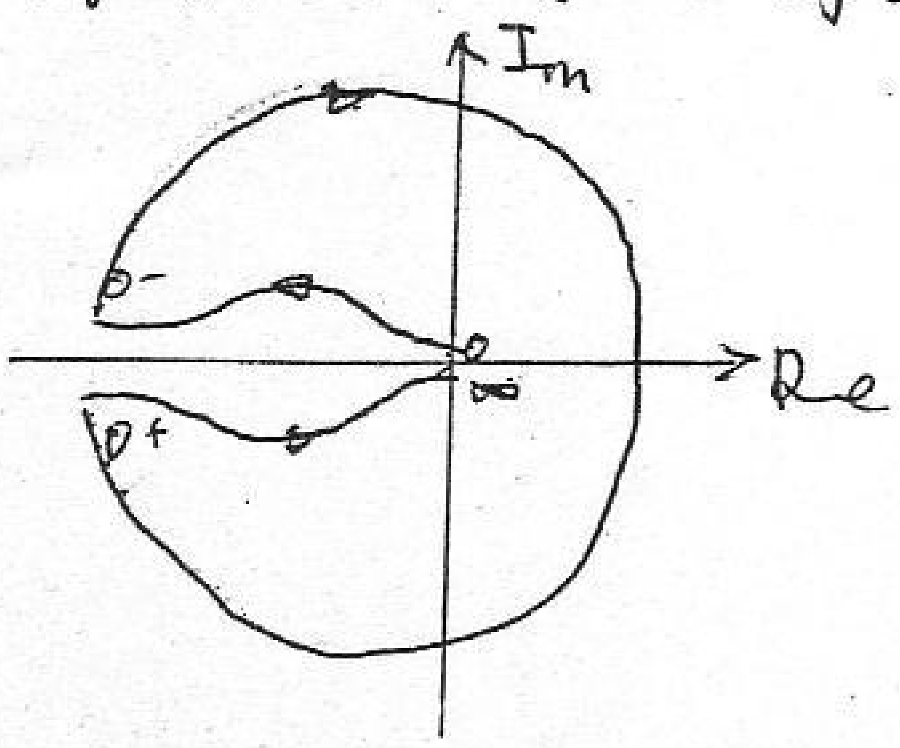
$\therefore$ 闭环系统稳定.

2. 增益裕量 $K_g = 1.25$

3. 设计 $K(s) = s+\alpha \quad (0<\alpha<1.875)$

校正后: $G(s)K(s) = \dfrac{0.15(8s+1)(s+\alpha)}{s^2(s+1)^2}$

理由: $G(s)K(s)$的奈氏图与负实轴无交点. 故 $K_g = \infty$



五、

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}-2 & -1 & 0\\ 1 & -1 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1 & 0\\ -1 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\ -1 & -1 & 1\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{bmatrix}u$$

六、

$$\hat{g}(s)=2+\frac{-4}{s^2+5s+6}=2+\frac{-4}{s+2}+\frac{4}{s+3}$$

$$\dot{x}=Ax+bu,\quad y=cx+du$$

1． $A=\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 0 & -3\end{bmatrix}$, $b=\begin{bmatrix}-4\\ 4\end{bmatrix}$, $c=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}$, $d=2$，

一定渐近稳定

2． $A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & -6 & -5\end{bmatrix}$, $b=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 1\end{bmatrix}$, $c=\begin{bmatrix}0 & -4 & 0\end{bmatrix}$, $d=2$，

一定 BIBO 稳定

3． $A=\begin{bmatrix}-2 & 0 & 0\\ 0 & -3 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$, $b=\begin{bmatrix}-4\\ 4\\ 0\end{bmatrix}$, $c=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\end{bmatrix}$, $d=2$，

一定 BIBO 稳定，不可能渐近稳定

七、设系统$\{A,b,c\}$的传递函数为：

$$\frac{\beta_{n-1}s^{n-1}+\beta_{n-2}s^{n-2}+\cdots+\beta_1 s+\beta_0}{s^n+\alpha_{n-1}s^{n-1}+\alpha_{n-2}s^{n-2}+\cdots+\alpha_1 s+\alpha_0}$$

因它能控，故存在状态变换$\bar{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{Px}$，可将系统变换为能控标准型系统，即：

$$\bar{A}=PAP^{-1}=\begin{bmatrix}0&1&0&\cdots&0\\0&0&1&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\0&0&0&\cdots&1\\-\alpha_0&-\alpha_1&-\alpha_2&\cdots&-\alpha_{n-1}\end{bmatrix},\quad \bar{b}=Pb=\begin{bmatrix}0\\0\\\vdots\\0\\1\end{bmatrix}$$

$$\bar{c}=cP^{-1}=\begin{bmatrix}\beta_0&\beta_1&\beta_2&\cdots&\beta_{n-1}\end{bmatrix}$$

易见，传递函数的分子多项式的系数全部集中在能控标准型系统的$\bar{c}$阵里。另一方面，状态反馈$\boldsymbol{u}=-\boldsymbol{Kx}=-\bar{\boldsymbol{K}}\bar{\boldsymbol{x}}$，其中

$$\bar{K}=KP^{-1}=\begin{bmatrix}k_0&k_1&k_2&\cdots&k_{n-1}\end{bmatrix}$$

状态反馈后，闭环系统$\{\bar{A}-\bar{b}\bar{K},\bar{b},\bar{c}\}$仍然是能控标准型，$\bar{c}$不变，从而传递函数的分子不变，系统的零点不变。

系统不能控时，结论仍然正确，可对系统先进行能控性分解，再做证明。