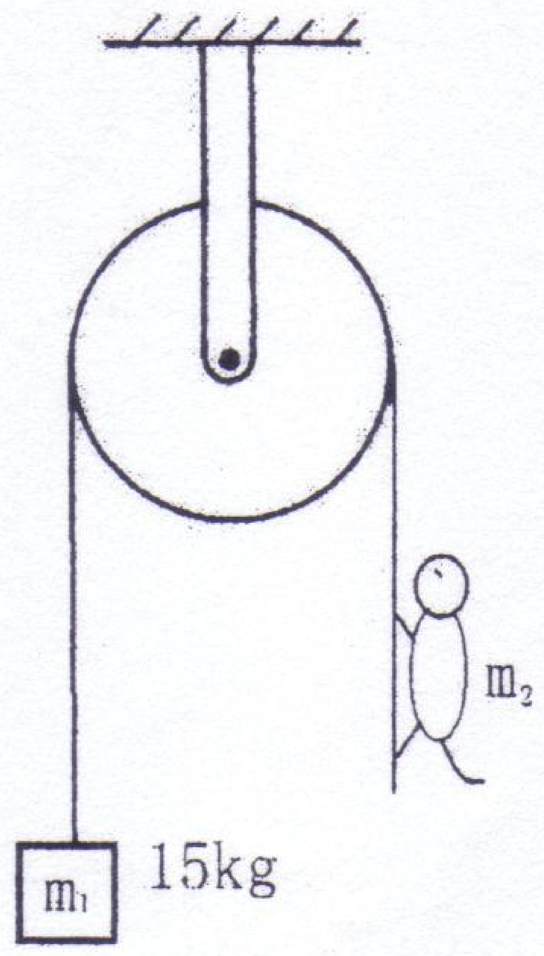
2008年硕士学位研究生入学考试试题

（普通物理B）

所有试题答案写在答题纸上，答案写在试卷上无效

1. （15分）光滑水平台面上有质量为m的两小球，中间用原长l_0、弹性系数为k的轻弹簧相连。由于外界的冲击，一只球突然获得平行于弹簧的水平速度v_0，求在以后的运动中弹簧的最大伸长Δl。



题2图

2. （20分）如图所示，一轻绳跨过一光滑的定滑轮，绳的一端系一质量为15kg的物体，另一端有一个10kg的猴子向上爬，问：
（1）猴子要以多大加速度向上爬才能将15kg的物体提升？
（2）如果物体被提升后，猴子停止爬动而抓着绳，这时猴子的加速度多大？绳子张力多大？

3. （20分）火车进站和离站时鸣叫，一个站在站内的观察者听到火车进站时频率为219Hz，离站时频率为184Hz，已知声速为340m/s，求火车的车速和鸣叫的频率。

4. （20分）长为L的圆柱形电容器由半径为a的内芯导线与半径为b的外部导体薄壳所组成，其间填满了介电常数为ε的电介质。
（1）当此电容器充电到电量为Q时，求电场强度与径向位置的函数关系；
（2）求电容器的电容；
（3）把电容器接到电势为V的电池相连接，并将电介质从电容器中拉出一部分，当不计边缘效应时，如果维持电介质在此位置不动，要施多大的力?此力沿何方向？

5. （20分）
（1）一细铁环的中心线周长为$36cm$，横截面积为$0.8cm^2$，在环上绕有400匝线圈，当线圈中通过$24mA$电流时，通过环截面的磁通量为$3\times10^{-6}Wb$，求环内$\bar{B}$、$\bar{H}$、$\bar{M}$的大小及铁环的磁化率χ_m和相对磁导率μ_r。
（2）若将上述铁环锯开一个宽度$\Delta l=2mm$的狭缝（缝面与中心线垂直），在保持通过线圈电流不变的条件下，锯开铁环前后，铁环内$\bar{B}$、$\bar{H}$、$\bar{M}$的大小如何变化?缝隙中的$\bar{B}$、$\bar{H}$、$\bar{M}$大小为多少?

6. （15分）半径均为R，间距为$d<<R$的两块圆板构成的电容器，其中充满相对介电常数为ε的介质。今在电容器极板上加上交变电压$V=V_0\cos\omega t$，求：
（1）电容器上的自由电荷面密度，极板间电场；

（2） 电容器间的磁场；

（3） 单位时间进入电容器的能量。

7. (20 分)Li 原子的基态项为$2S$。当把 Li 原子激发到$3P$态后，问当 Li 从$3P$激发态向低能级跃迁时可能产生哪些谱线（不考虑精细结构）？

8. （20 分）已知一团处于基态的氢原子被外来单色光激发后，在其发射的赖曼系谱线中仅观测到四条光谱线。

（1） 试求外来单色光的能量；

（2） 与此同时，还可观察到几条光谱线？它们分属于几个谱线系？算出其中波长最长与波长最短的波长。

（以上均不考虑精细结构）

2008 年硕士学位研究生入学考试试题参考答案

（普通物理 B）

所有试题答案写在答题纸上，答案写在试卷上无效

1. （15 分）光滑水平台面上有质量为 m 的两小球，中间用原长 l_0、弹性系数为 k 的轻弹簧相连。由于外界的冲击，一只球突然获得平行于弹簧的水平速度 v_0，求在以后的运动中弹簧的最大伸长 Δl。

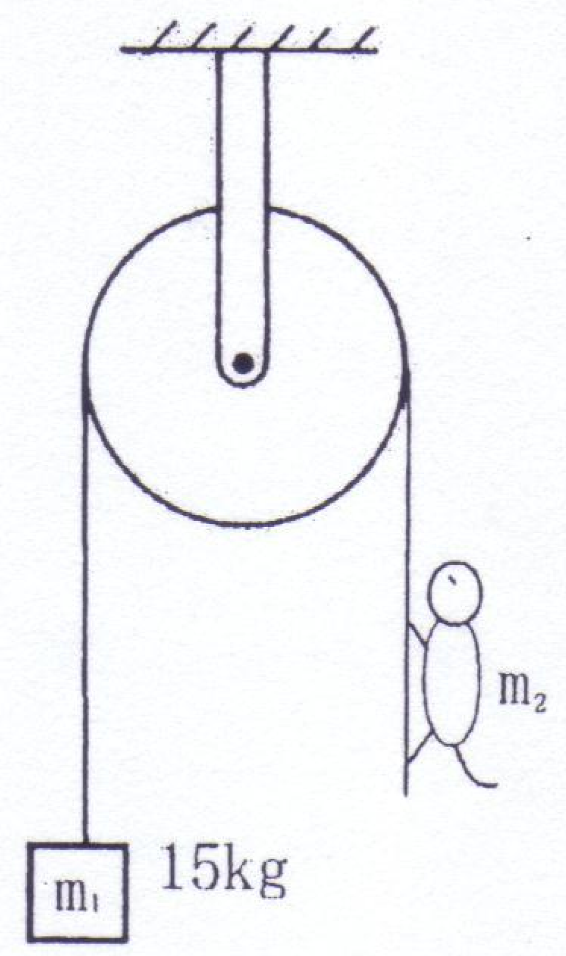
解：在质心系中，两球初始时刻速度大小都是 $\frac{v_0}{2}$。且设弹簧处于最大伸长时两球速度为零。由能量守恒得方程

$2\left[\frac{1}{2}m(\frac{v_0}{2})^2\right]=\frac{1}{2}k(\Delta l)^2$，即：$\Delta l=v_0\sqrt{\frac{m}{2k}}$

2. （20 分）如图所示，一轻绳跨过一定滑轮，绳的一端系一质量为 15kg 的物体，另一端有一个 10kg 的猴子向上爬，问：

（1） 猴子要以多大加速度向上爬才能将 15kg 的物体提升？

（2） 如果物体被提升后，猴子停止爬动而抓着绳，这时猴子的加速度多大？绳子张力多大？



题 2 图

解：（1）猴子沿绳向上爬时受到绳子的张力 T 和重力 m_2g 的作用，对猴子列出受力方程：

$$T-m_2g=m_2a$$

绳子张力 T 稍大于物体 m_1 的重力 m_1g 时，物体才有可能向上提升，所以有

$$T=m_2g+m_2a\geq m_1g$$

$$a\geq\frac{m_1-m_2}{m_2}g=\frac{15-10}{10}\times 9.8\,m/s^2=4.9\,m/s^2$$

（2）分别列出 m_1 和猴子的受力方程

$$T-m_2g=m_2a$$

$$m_1g-T=m_1a$$

由上两式可得

$$a=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}g=1.96\,m/s^2$$

$$T=m_2(g+a)=118N$$

3. （20 分）火车进站和离站时鸣叫，一个站在站内的观察者听到火车进站时频率为 219Hz，离站时频率为 184Hz，已知声速为 340m/s，求火车的车速和鸣叫的频率。

解：令 v_s 表示火车速度，v 表示声速，υ_0 表示鸣叫频率，

则观察者接收到的频率为

火车进站时：$\upsilon_a = \upsilon_0 \dfrac{v}{v - v_s} = 219Hz$　　（1）

火车离站时：$\upsilon_r = \upsilon_0 \dfrac{v}{v + v_s} = 184Hz$　　（2）

（1）式（2）式相除，得：$\dfrac{\upsilon_a}{\upsilon_r} = \dfrac{v + v_s}{v - v_s}$

可以求得：$v_s = v\dfrac{\upsilon_a - \upsilon_r}{\upsilon_a + \upsilon_r} = 29.5m/s$

代入（1）式，得到：$\upsilon_0 = \upsilon_a(1 - \dfrac{v_s}{v}) = 200Hz$

即火车速度 29.5m/s，鸣叫频率 200Hz

4. （20 分）长为L的圆柱形电容器由半径为a的内芯导线与半径为b的外部导体薄壳所组成，其间填满了介电常数为ε的电介质。

（1）当此电容器充电到电量为Q时，求电场强度与径向位置的函数关系；

（2）求电容器的电容；

（3）把电容器接到电势为V的电池相连接，并将电介质从电容器中拉出一部分，当不计边缘效应时，如果维持电介质在此位置不动，要施多大的力?此力沿何方向?

解:（1）由高斯定理得:

$$E = \begin{cases} 0(r > b) \\ \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r l}\hat{r}(a \le r \le b) \\ 0(r < a) \end{cases}$$

（2）

$$C = \frac{Q}{\Delta U} = \frac{Q}{\int_b^a \vec{E}\cdot d\vec{r}} = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon l / \ln(\frac{b}{a})$$

(3) 设介质拉出为x长度, 维持电压不变时, 则:

$$C = C_1 + C_2 = \frac{2\pi\varepsilon_0 x}{\ln(b/a)} + \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon(l - x)}{\ln(b/a)}$$

此时储能: $W = \dfrac{1}{2}cV^2 = \dfrac{\pi\varepsilon_0}{\ln(b/a)}[x + \varepsilon(l - x)]V^2$

此时受力: $\vec{F}_{静} = +(\dfrac{\partial W}{\partial x})_V\hat{x} = -\dfrac{\pi\varepsilon_0}{\ln(b/a)}V^2(\varepsilon - 1)\hat{x}$

$\hat{x}$为向外的方向，即需用拉力$\dfrac{\pi\varepsilon_0 V^2}{\ln(b/a)}(\varepsilon-1)$.

5. （20 分）

（1） 一细铁环的中心线周长为$36cm$，横截面积为$0.8cm^2$，在环上绕有400匝线圈，当线圈中通过$24mA$电流时，通过环截面的磁通量为$3\times10^{-6}Wb$，求环内$\vec{B}$、$\vec{H}$、$\vec{M}$的大小及铁环的磁化率χ_m和相对磁导率μ_r。

（2） 若将上述铁环锯开一个宽度$\Delta l=2mm$的狭缝（缝面与中心线垂直），在保持通过线圈电流不变的条件下，锯开铁环前后，铁环内$\vec{B}$、$\vec{H}$、$\vec{M}$的大小如何变化?缝隙中的$\vec{B}$、$\vec{H}$、$\vec{M}$大小为多少?

解：（1）沿铁环中心线写安培环路定理，有：

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=NI \rightarrow H=\frac{N}{l}I=26.67A\cdot m^{-1}$$

$$\Phi=BS=\mu_0\mu_r HS \quad \therefore \mu_r=\frac{\Phi}{\mu_0 HS}=\frac{3\times10^{-6}}{4\pi\times10^{-7}\times26.67\times0.8\times10^{-4}}=1119$$

或$B=\Phi/S=3\times10^{-6}/0.8\times10^{-4}=3.75\times10^{-2}(T)$

$$\therefore \mu_r=\frac{B}{\mu_0 H}=\frac{3.75\times10^{-2}}{4\pi\times10^{-7}\times26.67}=1119$$

$$\chi_m=\mu_r-1=1118$$

$$B=\mu_0\mu_r H=3.75\times10^{-2}(T)$$

$$M=\chi_m H=3\times10^4(A\cdot m^{-1})$$

（2）因环很细，锯开前环内各处$\vec{B}$、$\vec{H}$、$\vec{M}$的大小相同。锯开后$\vec{B}$的大小各处相同，但锯开后铁环中$\vec{B}$、$\vec{H}$、$\vec{M}$都较未锯开前减小，且缝隙处$\vec{H}$、$\vec{M}$于在铁环中不同。由安培环路定理：

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=NI$$

$$H_{环}(l-\Delta l)+H_{隙}\Delta l=NI$$

$$\therefore \frac{B_{环}}{\mu_0\mu_r}(l-\Delta l)+\frac{B_{隙}}{\mu_0}\Delta l=NI$$

$\because \Delta l<<l,\quad B_{环}=B_{隙}=B$（法向连续）

$$\therefore B=\frac{\mu_0\mu_r NI}{(l-\Delta l)+\mu_r\Delta l}=5.2\times10^{-3}(T)$$

$$H_{环}=\frac{B}{\mu_0\mu_r}=3.7(A\cdot m^{-1})$$

$$H_{隙} = \frac{B}{\mu_0} = 4.14\times10^3 (A\cdot m^{-1})$$

$$M_{环} = \chi_m H_{环} = 4.14\times10^3 (A\cdot m^{-1})$$

$$M_{隙} = 0$$

6. （15 分）半径均为R，间距为$d << R$的两块圆板构成的电容器，其中充满相对介电常数为ε的介质。今在电容器极板上加上交变电压$V = V_0\cos\omega t$，求：
   （1） 电容器上的自由电荷面密度，极板间电场；
   （2） 电容器间的磁场；
   （3） 单位时间进入电容器的能量。

解：

1） 电容器上电压$V = V_0\cos\omega t$，极板间的电场强度为：

$$E = V/d = \frac{V_0}{d}\cos\omega t$$

$$D = \varepsilon_0\varepsilon E = \varepsilon_0\varepsilon V_0\cos\omega t/d$$

极板上的自由电荷面密度：$\sigma_{e0} = D_n = \varepsilon_0\varepsilon V_0\cos\omega t/d$

2） 电容器中离中间轴线r处的磁场为：

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \frac{d}{dt}\iint_{S_L}\vec{D}\cdot d\vec{S} = \frac{d}{dt}(\pi r^2 D) = -\pi\varepsilon_0\varepsilon V_0 r^2\omega\sin\omega t/d = 2\pi r H$$

$$\therefore H = -\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon V_0\omega r\sin\omega t/d$$

3） 单位时间进入电容器的能量为：

$$W = EH2\pi Rd = \frac{V_0}{d}\cos\omega t\cdot\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon V_0\omega R\sin\omega t\cdot 2\pi Rd/d$$

$$= \pi\varepsilon_0\varepsilon\omega V_0^2 R^2\cos\omega t\sin\omega t/d = \pi\varepsilon_0\varepsilon\omega V_0^2 R^2\sin 2\omega t/2d$$

7. (20 分)Li 原子的基态项为$2s$。当把 Li 原子激发到$3p$态后，问当 Li 从$3p$激发态向低能级跃迁时可能产生哪些谱线（不考虑精细结构）？

解：按选择定则：$\Delta l = \pm1$，当 Li 从$3p$态向低能级跃迁时会产生：
$3p\to2s, 3p\to3s, 3s\to2p, 2p\to2s$四条谱线。

8. （20 分）已知一团处于基态的氢原子被外来单色光激发后，在其发射的赖曼系谱线中仅观测到四条光谱线
   （1）试求外来单色光的能量；
   （2）与此同时，还可观察到几条光谱线？它们分属于几个谱线系？算出其中波长

最长与波长最短的波长。

（以上均不考虑精细结构）

解：（1）按题意，基态氢原子被激发到 $n=5$ 的状态

$$h\nu = R_H hc(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{5^2}) = 13.6\times(1-\frac{1}{25}) = 13.06(eV)$$

（2） 氢原子处于 n 能级，向低能级跃迁可发出的总光谱线数：

$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{5(5-1)}{2} = 10(\text{条})$$

$10-4=6$条，属于三个谱线系：

巴尔末系三条：$m=3,4,5$ 到 $n=2$ 的跃迁；

帕邢系两条：$m=4,5$ 到 $n=3$ 的跃迁；

布喇开系一条：$m=5$ 到 $n=4$ 的跃迁。

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{E_5-E_4} = \frac{hc}{R_H hc(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{5^2})} = \frac{1240}{13.6\times(\frac{1}{16}-\frac{1}{25})} = 4052.3(nm)$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{E_5-E_2} = \frac{hc}{R_H hc(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{5^2})} = \frac{1240}{13.6\times(\frac{1}{4}-\frac{1}{25})} = 434.17(nm)$$