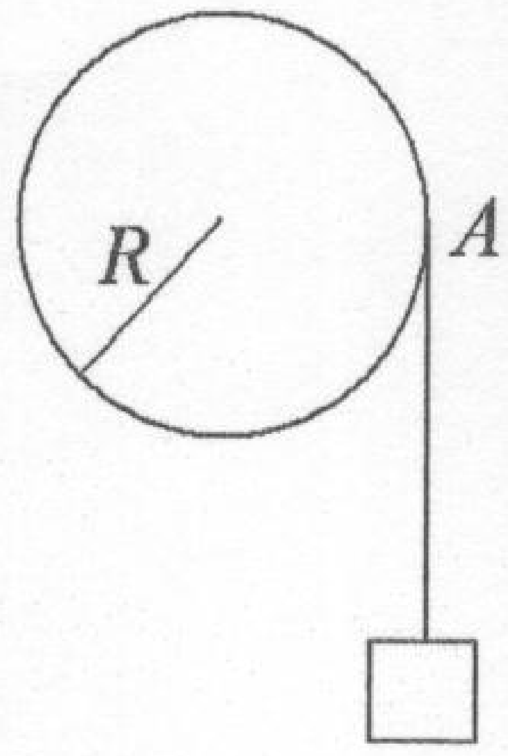
2009年硕士学位研究生入学考试试题

考试科目:普通物理B　　　　　　科目代码:806

所有试题答案写在答题纸上，答案写在试卷上无效，可使用计算器

1. （15分）有一个半径为R的定滑轮，沿轮轴绕着一根绳子，悬着绳子一端的物体按$s = bt^2/2$的规律向下运动，如图所示。若绳子与轮周围没有相对滑动，试求轮轴上一点A在任一时刻的速度、切向加速度、法向加速度和总加速度。



题1图

2. （20分）设想一直矿井穿过地球中心，一物体由静止开始从井口自由掉下。设井内阻力不计，已知万有引力常数为G，地球半径为R_0，密度均匀为ρ。

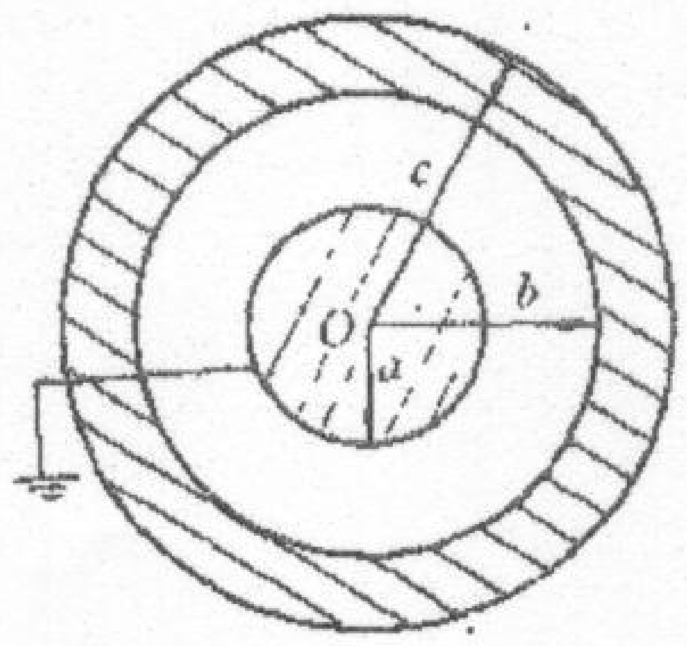
(1) 问此物体在井中作何运动？求出其周期。（10分）

(2) 求物体到达地心时的速度大小。（5分）

(3) 若矿井不通过地心，而是沿地球的任一弦挖的光滑直隧道，则当物体由静止开始从井口自由掉下后作何运动？（5分）

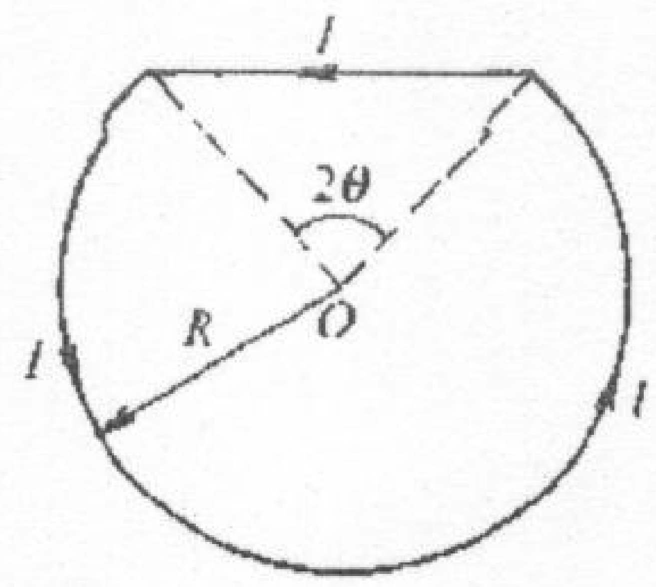
3. （20分）一个人在大而光滑的墙前，手里拿着一个频率$\nu = 500$赫兹的音叉，以速度$u = 1.0$米/秒向墙壁前进，他同时听到直接由音叉发出的声音和由墙壁反射回来的声音。如空气中声速为$v = 334$米/秒，问他听到的拍频是多少？

4. （20分）在半径为a的导体球外，同心地套上一个内、外半径为b与c的导体球壳，$a = 1m$，$b = 1.5m$，$c = 2m$，球壳带电量为$Q = 5\times10^{-8}C$，内球不带电。今用导线把内球单独接地，如图所示，求接地前、后由同心导体球壳与导体球所组成的系统的静电能的变化。



题4图

5. （15分）一载有电流I的导线弯成半径为R的圆弧，弧的两端之间则是一段直线，对圆心O的张角为2θ，如图所示，试求圆心O处的磁感应强度$\vec{B}$。



题5图

6. （20分）将一很小的测量线圈放进螺线管内部，这线圈与测量电荷量的冲击电流计G串联，线圈平面垂直于螺线管的轴线。当用反向开关K使螺线管的电流反向时，测量线圈中就产生感应电动势，从而产

生电荷量Δq的迁移；由G测出Δq，就可以算出测量线圈所在处的磁感应强度的大小B。已知测量线圈有 2000 匝，它的直径为$2.5cm$，它和G串联回路的电阻为1000Ω，在K反向时测得$\Delta q = 2.5\times10^{-7}$库仑。螺线管的边缘效应可略。试求被测处$B$的值。

7. (20 分)波长为$\lambda = 0.1\text{nm}$的 X 射线从碳块上散射出来。现在从与入射束成90^0的方向来观察这个散射辐射。试问：

(1) 康普顿移动有多大？

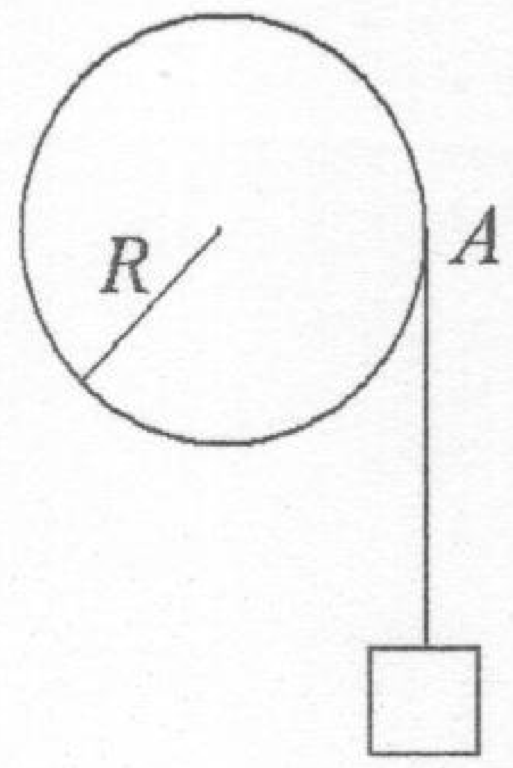
(2) 散射的 X 射线的波长为多少？

(3) 入射和散射的 X 射线光子的能量大小？

(4) 反冲电子的方向、动量和动能大小？

8. (20 分)（1）解释某原子从 $^1D_2 \rightarrow {}^1P_1$ 跃迁在外磁场中的正常塞曼效应，并画出相应的能级图。（2）若在平行于磁场方向观察到某一条谱线的正常塞曼分裂中，两相邻谱线之间的波长差为 0.040 nm，已知磁感应强度为 2.5 T，求零场强时该光谱线的波长。

1. （15分）有一个半径为R的定滑轮，沿轮轴绕着一根绳子，悬着绳子一端的物体按$s=bt^2/2$的规律向下运动，如图所示。若绳子与轮周围没有相对滑动，试求轮轴上一点A在任一时刻的速度、切向加速度、法向加速度和总加速度。



题1图

解：速度：$v=\dfrac{ds}{dt}=bt$

切向加速度：$a_\tau=\dfrac{dv}{dt}=b$，　法向加速度：$a_\theta=\dfrac{v^2}{\rho}=\dfrac{b^2t^2}{R}$

总加速度：$a=\sqrt{a_\tau{}^2+a_\theta{}^2}=b\sqrt{1+b^2t^4/R^2}$

2. （20分）设想一直矿井穿过地球中心，一物体由静止开始从井口自由掉下。设井内阻力不计，已知万有引力常数为G，地球半径为R_0，密度均匀为ρ。

(1) 问此物体在井中作何运动？求出其周期。（10分）

(2) 求物体到达地心时的速度大小。（5分）

(3) 若矿井不通过地心，而是沿地球的任一弦挖的光滑直隧道，则当物体由静止开始从井口自由掉下后作何运动？（5分）

解：(1) 物体受到其所在半径r以外的万有引力合为零。

$$\therefore -\frac{G\cdot\frac{4}{3}\pi r^3\rho\cdot m}{r^2}=m\ddot{r}$$

即$-\dfrac{4}{3}G\pi\rho r=\ddot{r}$，　　所受的力为弹性力，物体作简谐振动。

得：$\omega=\sqrt{\dfrac{4G\pi\rho}{3}}$，$T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\sqrt{\dfrac{3\pi}{G\rho}}$

(2) 由能量守恒$\dfrac{1}{2}kR_0^2=\dfrac{1}{2}mv_0^2$，得：$v_0=R_0\sqrt{\dfrac{k}{m}}=R_0\sqrt{\dfrac{4G\pi\rho}{3}}$

(3) 隧道为任一条弦时，物体受到万有引力沿弦方向分力提供加速度

$$\therefore -\frac{G\cdot\frac{4}{3}\pi r^3\rho\cdot m}{r^2}\cdot\frac{x}{r}=m\ddot{x}\text{，即}\quad -\frac{4}{3}G\pi\rho x=\ddot{x}$$

方程与（1）的方程相同，故物体作同样频率的简谐振动。

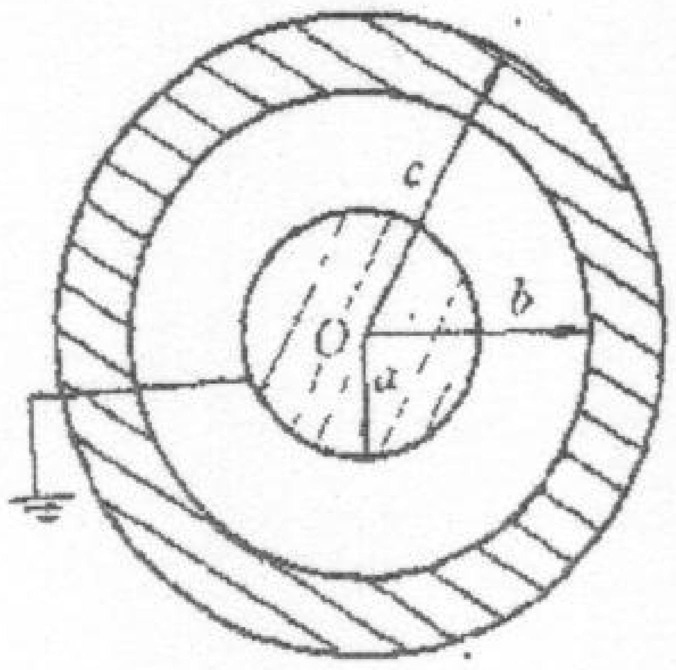
3. （20 分）一个人在大而光滑的墙前，手里拿着一个频率$\nu=500$赫兹的音叉，以速度$u=1.0$米/秒向墙壁前进，他同时听到直接由音叉发出的声音和由墙壁反射回来的声音。如空气中声速为$v=334$米/秒，问他听到的拍频是多少？

解：墙处接收到的频率 $\nu_1=\dfrac{v}{v-u}\nu_0$，

墙反射回人听到的频率 $\nu_2=\dfrac{v+u}{v}\nu_1=\dfrac{v+u}{v-u}\nu_0$

所以拍频 $\nu=\nu_2-\nu_0=\dfrac{2u}{v-u}\nu_0\approx 3H_Z$

4. （20 分）在半径为a的导体球外，同心地套上一个内、外半径为b与c的导体球壳，$a=1m$，$b=1.5m$，$c=2m$，球壳带电量为$Q=5\times10^{-8}C$，内球不带电。今用导线把内球单独接地，如图所示，求接地前、后由同心导体球壳与导体球组成的系统的静电能的变化。



题 4 图

解：接地前系统能量：

$$W_e=\int_c^\infty \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)^2\cdot 4\pi r^2 dr$$

$$=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 c}=\frac{1}{2}QU$$

接地后，设球壳内、外面带电分别为Q_1、Q_2，内球带电为q，则依题意有：

$$\frac{Q_1}{b}+\frac{Q_2}{c}+\frac{q}{a}=0$$

$$Q_1+Q_2=Q$$

$$Q_1=-q$$

由以上三式可得：

$$Q_1=-q=\frac{3}{5}Q=3\times10^{-8}(C)$$

$$Q_2=\frac{2}{5}Q=2\times10^{-8}(C)$$

系统能量：

$$W_e'=\frac{1}{2}\frac{Q_2^2}{4\pi\varepsilon_0 c}+\frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{C_{ab}}$$

$$C_{ab}=4\pi\varepsilon_0\frac{ab}{b-a}$$

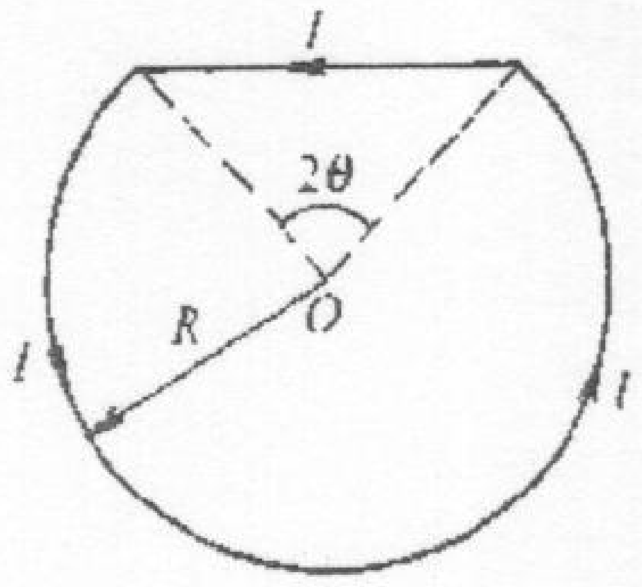
$$\therefore W'_e = \frac{1}{2}\frac{Q_2^2}{4\pi\varepsilon_0 c} + \frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{4\pi\varepsilon_0 ab}(b-a)$$

接地前后系统静电能的变化：

$$\Delta W = W'_e - W_e = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}[\frac{9}{25}\frac{b-a}{a} + \frac{4}{25c} - \frac{1}{c}] = -\frac{3}{80}\frac{Q^2}{\pi\varepsilon_0}$$

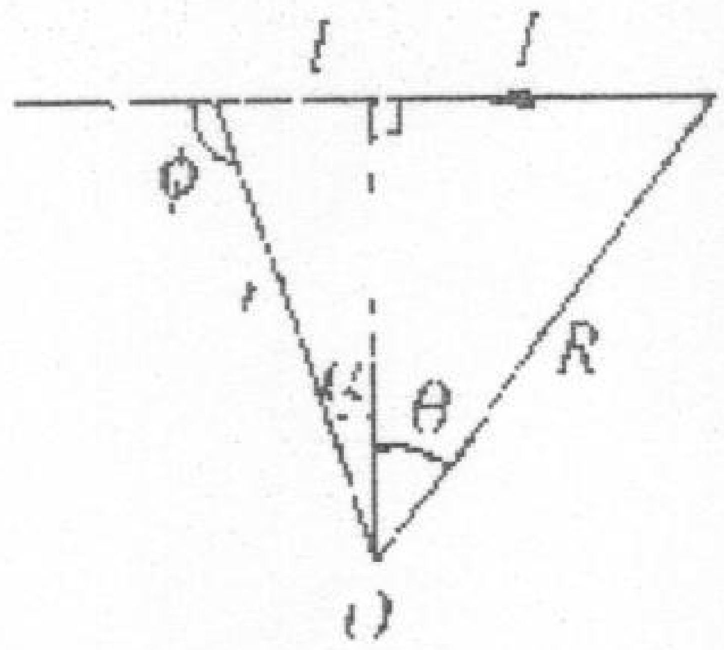
$$= -\frac{3}{80}\times\frac{(5\times10^{-8})^2}{3.14\times8.85\times10^{-12}} = -3.7\times10^{-6}(J)$$

5. （15 分）一载有电流 I 的导线弯成半径为 R 的圆弧，弧的两端之间则是一段直线，对圆心 O 的张角为 2θ，如图所示，试求圆心 O 处的磁感应强度 $\vec{B}$。



题 5 图

解：所求的 $\vec{B}$ 由两部分组成，直线电流产生的 $\vec{B}_1$ 和圆弧电流产生的 $\vec{B}_2$。由毕奥-萨伐尔定律知 $\vec{B}_1$ 和 $\vec{B}_2$ 的方向都垂直于纸面向外，故 $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ 垂直于纸面向外。



题 5 图（2）

先求 $\vec{B}_1$ 的大小 B_1，如附图（2）：

$$l = R\cos\theta tg\alpha$$

$$dl = R\cos\theta\sec^2\alpha d\alpha$$

$$r = R\cos\theta\sec\alpha$$

$$\therefore dB_1 = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2}\sin\phi = \frac{\mu_0 IR\cos\theta\sec^2\alpha d\alpha}{4\pi(R\cos\theta\sec\alpha)^2}\cos\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\frac{\cos\alpha d\alpha}{\cos\theta}$$

$$\therefore B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R\cos\theta}\int_{-\theta}^{\theta}\cos\alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}tg\theta$$

再求 $\vec{B}_2$ 的大小 B_2：

$$dB_2 = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}d\alpha$$

$$\therefore B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_0^{2\pi-2\theta}d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}(\pi-\theta)$$

于是得：$B = B_1 + B_2 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}(\pi - \theta + tg\theta)$，方向垂直纸面向外。

6. （20 分）将一很小的测量线圈放进螺线管内部，这线圈与测量电荷量的冲击电流计 G 串联，线圈平面垂直于螺线管的轴线。当用反向开关 K 使螺线管的电流反向时，测量线圈中就产生感应电动势，从而产生电荷量 Δq 的迁移；由 G 测出 Δq，就可以

算出测量线圈所在处磁感强度的大小 B。已知测量线圈有 2000 匝，它的直径为 $2.5cm$，它和 G 串联回路的电阻为 1000Ω，在 K 反向时测得 $\Delta q = 2.5\times10^{-7}$ 库仑。螺线管的边缘效应可略。试求被测处 B 的值。

解:设测量线圈的横截面积为 S，匝数为 N，它与 G 的回路电阻为 R，电流为 i，则:

$$i=\frac{dq}{dt}=\frac{\varepsilon}{R}=-\frac{NS}{R}\frac{dB}{dt}$$

$$\therefore dq=-\frac{NS}{R}dB$$

因螺线管电流反向，$\vec{B}$ 跟着反向，故:

$$\Delta q=\int_0^{\Delta q}dq=-\frac{NS}{R}(-B-B)=\frac{2NSB}{R}$$

$$\therefore B=\frac{R\Delta q}{2NS}=\frac{1000\times2.5\times10^{-7}}{2\times2000\times3.14\times(\dfrac{2.5\times10^{-2}}{2})^2}=1.3\times10^{-4}(T)$$

7. （20 分）波长为 $\lambda=0.1\text{nm}$ 的 X 射线从碳块上散射出来。现在从与入射束成 90^0 的方向来观察这个散射辐射。试问：

(1) 康普顿移动有多大？

(2) 散射的 X 射线的波长为多少？

(3) 入射和散射的 X 射线光子的能量大小？

(4) 反冲电子的方向、动量和动能大小？

解：(1) 由 $\Delta\lambda=\lambda'-\lambda=\dfrac{h}{m_0c}(1-\cos\phi)$ 及 $\phi=90^0$，$\Delta\lambda=2.43\times10^{-12}$ m

(2) 散射 X 射线波长：$\lambda'=\lambda+\Delta\lambda=1.0243\times10^{-10}$ m

(3)入射 X 光子能量：$h\nu=\dfrac{1240}{\lambda}=1.24\times10^4\text{ eV}=1.98\times10^{-15}\text{ J}$

散射 X 光子能量：$h\nu=\dfrac{1240}{\lambda}=1.211\times10^4\text{ eV}=1.94\times10^{-15}\text{ J}$

(4) $ctg\phi=\dfrac{\dfrac{h\nu}{c}-\dfrac{h\nu'}{c}\cos\theta}{\dfrac{h\nu'}{c}\sin\theta}=\dfrac{\nu-\nu'\cos90}{\nu'\sin90}=\dfrac{\lambda'}{\lambda}=1.024$，反冲电子方向：$\phi=44.31^0$

反冲电子的动量：$P=\dfrac{1}{c}\sqrt{(h\nu)^2+(h\nu')^2-2h\nu h\nu'\cos90}=9.3\times10^{-24}\,kg\cdot m\cdot s^{-1}$

反冲电子的动能：$E_K=\dfrac{hc}{\lambda}-\dfrac{hc}{\lambda'}=4.7\times10^{-17}\text{ J}=294\text{eV}$

8. （20 分）（1）解释某原子从 ${}^1D_2 \to {}^1P_1$ 跃迁在外磁场中的正常塞曼效应，并画出相应的能级图。（2）若在平行于磁场方向观察到某一条谱线的正常塞曼分裂中，两相邻谱线之间的波长差为 0.040 nm，已知磁感应强度为 2.5 T，求零场强时该光谱线的波长。

解：(1) 对 ${}^1D_2 \to {}^1P_1$ 跃迁

无磁场时原跃迁能量 $h\nu = E({}^1P_1) - E({}^1D_2)$

有磁场时塞曼跃迁能量 $h\nu' = [E({}^1P_1) + \Delta E_2] - [E({}^1D_2) + \Delta E_1]$

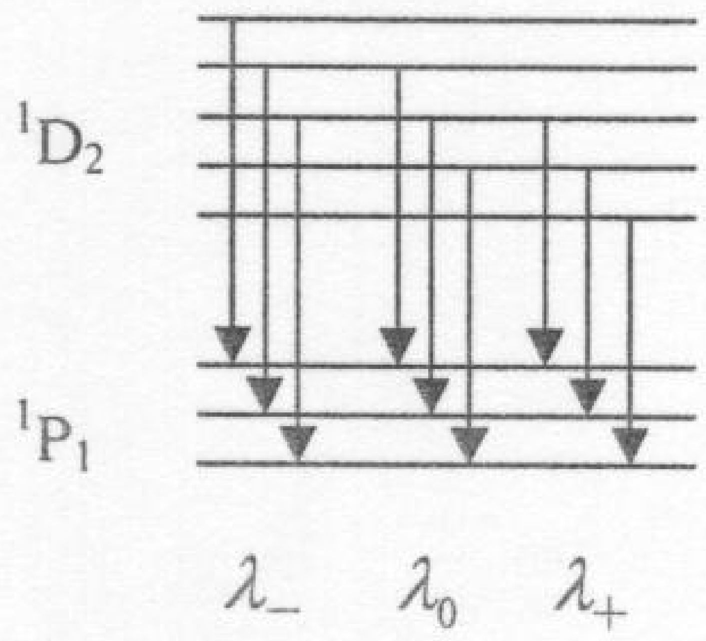
$= h\nu + (M_2 - M_1)\mu_B B$

跃迁排列图如下

M	2	1	0	-1	-2				
M_2g_2		1	0	-1					
		/ | × 1		× | \					
M_1g_1	2	1	0	-1	-2				
$M_2 - M_1$	-1	-1	-1	0	0	0	1	1	1

$$\Delta\left(\frac{1}{\lambda}\right) = (-1\quad -1\quad -1\quad 0\quad 0\quad 0\quad 1\quad 1\quad 1)\,L$$

塞曼跃迁能级图如下：



（2）在正常塞曼分裂中，平行于磁场方向观察到谱线的分裂为两条，分别为左、右旋偏振的，其频率差为 $2\nu_L$，$\nu_L = \mu_B B/h$ 为拉莫频率，即 $\Delta\nu = \nu(\sigma^-) - \nu(\sigma^+) = 2\nu_L = 2\mu_B B/h$

又 $\nu = c/\lambda$，所以 $\Delta\nu = -\dfrac{c\Delta\lambda}{\lambda^2}$

得 $\lambda = \left(\dfrac{c\Delta\lambda}{\Delta\nu}\right)^{1/2} = \left(\dfrac{hc\Delta\lambda}{2\mu_B B}\right)^{1/2} \approx 4.14\times10^2\,\text{nm}$