

No.: 610-1

北京科技大学

2008 年硕士学位研究生入学考试试题

试题编号: 610 试题名称: 单独考试数学 (共 2 页)

适用专业: 全校各专业

说明: 所有答案必须写在答题纸上, 做在试题或草稿纸上无效.

一、填空题 (每小题 4 分, 满分 32 分)

1. 曲线 $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctan t \end{cases}$ 上对应于 $t = \frac{1}{2}$ 点处的法线斜率为 _____.
2. 设 $f(x)$ 在 x_0 处可导, 且 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0-3h)}{h} = 8$, 则 $f'(x_0) =$ _____.
3. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{2^n} + \frac{1}{n}) x^n$ 的收敛区间是 _____.
4. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{\cos x - \cos^3 x} dx =$ _____.
5. 抛物线 $y^2 = 2x$ 和直线 $y = x - 4$ 所围成的平面图形的面积 $S =$ _____.
6. 设 $x \rightarrow 0$ 时, $(\tan x - x)$ 与 x^n 是同阶无穷小, 则 $n =$ _____.
7. 设 L 为圆周 $x^2 + y^2 = 2$, 则 $\oint_L \sqrt{x^2 + y^2} ds =$ _____.
8. 过点 $(4, 0, 7)$ 且与直线 $L: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ 垂直相交的直线的方程为 _____.

二、单项选择题 (在每小题的四个备选答案中, 选出一个正确的答案, 并将其号码填在题干后的括号内. 多选、错选均不得分. 每小题 4 分, 满分 28 分)

9. 设函数 $y = f(x)$ 由方程 $e^x + xy - e = 0$ 确定, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, 0)$ 处的切线的斜率 $k =$ ().

A. $\frac{1}{e}$ B. $-\frac{1}{e}$ C. $-e$ D. e

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\int_0^x e^{t^2} dt \right)^2}{\int_0^x t e^{2t^2} dt} =$ ().

A. 0 B. 1 C. 2 D. ∞

No: 6/0-2

- 11、函数 $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ 在点 $(0, 0)$ 处().
 A. 偏导数不存在 B. 偏导数存在 C. 可微 D. 不连续
- 12、用待定系数法求方程 $y'' - 5y' + 6y = (2x - 5)e^{2x}$ 的特解时, 可设特解 $y^* = ($).
 A. $(ax + b)e^{2x}$, B. $x(ax + b)e^{2x}$, C. $x^2(ax + b)e^{2x}$, D. $(ax + b)^2 e^{2x}$
- 13、13. 设 $f(x) = ax^3 - 6ax^2 + b$ 在区间 $[-1, 2]$ 上的最大值为 3, 最小值为 -29, 且 $a > 0$, 则().
 A. $a = 2, b = 3$ B. $a = 1, b = 3$ C. $a = 2, b = -29$ D. $a = 3, b = 2$
- 14、设 a 为非零常数, 则级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{a}{\sqrt{n+1}}$ ().
 A. 发散 B. 绝对收敛 C. 条件收敛 D. 收敛性与 a 的取值有关
- 15、将函数 $\sin x \cos x$ 展开成 x 的幂级数时, x^3 的系数是 ().
 A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

三、计算题 (每小题 10 分, 满分 60 分)

- 16、求过三点 $A(2, -1, 4)$, $B(-1, 3, -2)$, $C(0, 2, 3)$ 的平面的方程.
- 17、计算二重积分 $\iint_D xy^2 dx dy$, 其中 D 是由直线 $x = 1, y = x$ 和 $y = 0$ 所围成的区域.
- 18、求函数 $z = 4x - 4y - x^2 - y^2$ 的极值, 并指出是极大值还是极小值.
- 19、计算曲线积分 $\int_L (x + y) dx + xy dy$, 其中 L 是折线 $y = 1 - |1 - x|$ 上由点 $(0, 0)$ 到点 $(2, 0)$ 的一段弧.
- 20、将函数 $f(x) = \frac{1}{(3-x)(5-x)}$ 展开成 $(x-1)$ 的幂级数, 并指出收敛区间.
- 21、求 $\iint_{\Sigma} x dy dz + y dz dx + z dx dy$, 其中 Σ 是圆柱面 $x^2 + y^2 = 1$ 被平面 $z = 0$ 及 $z = 3$ 所截得的部分的外侧.

四、应用及证明题 (每小题 10 分, 满分 30 分)

- 22、要造一个底面为正方形的长方体无盖蓄水池, 容积为 1500 立方米, 四壁单位面积的造价为 a 元, 底面单位面积造价是池壁单位面积造价的 3 倍, 问蓄水池的底面边长和深度各为多少时, 才能使总造价最小?
- 23、设对任意 $x > 0$, 函数 $f(x)$ 有二阶连续导数, 曲线 $y = f(x)$ 上点 $(x, f(x))$ 处的切线在 y 轴上的截距等于 $\frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt$, 求 $f(x)$ 的一般表达式.
- 24、设 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上具有三阶连续导数, 且 $f(-1) = 1$, $f(1) = 3$, $f'(0) = 0$, 证明在 $(-1, 1)$ 内至少有一点 ξ 使 $f'''(\xi) = 6$.