

北京科技大学

2009 年硕士学位研究生入学考试试题

试题编号: 876 试题名称: 量子力学 (共 1 页)

适用专业: 凝聚态物理、理论物理

说明: 所有答案必须写在答题纸上, 做在试题或草稿纸上无效。

一) [20 分]基本概念: (1) [5 分]各举一个实验说明电子具有波动性和粒子性; (2) [5 分]量子力学的波函数与经典物理中的波动有何本质区别? (3) [5 分]举一个实验说明电子具有内禀自由度——自旋; (4) [5 分]简要说明为什么自旋不能设想为一个刚性球的自转;

二) [25 分]厄密算符: (1) [10 分]什么是算符的厄密共轭, 什么是厄密算符; (2) [15 分]证明厄密算符 A 的本征值 a' 是实数; 厄密算符 A 的不同本征值 a' , a'' 对应的本征矢是正交的。

三) [20 分]泡利矩阵: (1) [10 分]求解 $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ 的本征值问题 (即本征值及其对应的本征向量); (2) [10 分]假

设电子自旋部分态矢可由 $|\chi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ 描述 (α, β 是实数), 如果我们对量子态 $|\chi\rangle$ 测量 s_y , 测得 $\frac{\hbar}{2}$ 的几率是多少?

四) [30 分]角动量: 已知角动量的三个分量 J_x, J_y, J_z , 满足对易关系: $[J_x, J_y] = i\hbar J_z$, $[J_y, J_z] = i\hbar J_x$, $[J_z, J_x] = i\hbar J_y$, 定义算符: $J^2 = J_x^2 + J_y^2 + J_z^2$, $J_{\pm} = J_x \pm iJ_y$ 。(1) [15 分]计算对易关系: $[J^2, J_{\pm}] = ?$, $[J_z, J_{\pm}] = ?$, $[J_{\pm}, J_{\pm}] = ?$ (2) [15 分]若 J^2, J_z 的共同本征矢为 $|j, m\rangle$, 其中 j, m 是相应的量子数, 证明: $J_{\pm}|j, m\rangle = \sqrt{(j \mp m)(j \pm m + 1)}|j, m \pm 1\rangle$ 。

五) [30 分]朗道能级: 带电粒子在 z 方向均匀磁场中运动, $\vec{B} = B\vec{k}$, (1) [5 分]验证 $\vec{A} = (-By, 0, 0)$ 是电磁场的磁矢势。(2) [15 分]取电标势为 0, 这个系统的哈密顿是: $H = \frac{1}{2m}(\hat{p} - e\vec{A})^2 = \frac{1}{2m}[(\hat{p}_x + eBy)^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2]$ 。计算: $[\hat{p}_x, H] = ?$, $[\hat{p}_y, H] = ?$, $[\hat{p}_z, H] = ?$ (3) [10 分]列出系统满足的薛定谔方程, 然后利用变换 $\psi(x, y, z) = e^{i\alpha x} e^{i\beta z} \varphi(y)$ 对薛定谔方程进行分离变量求解, 求出系统的能量本征值。

六) [25 分]狄拉克记号: 求 (1) [10 分]坐标表象下动量算符 \hat{p} 的矩阵元 $\hat{p}_{xx'} = \langle x | \hat{p} | x' \rangle$, (2) [10 分]动能算符 \hat{T} 的矩阵元 $\hat{T}_{xx'} = \langle x | \frac{\hat{p}^2}{2m} | x' \rangle$, (3) [5 分]哈密顿算符 $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{V}(x)$ 的矩阵元 $\hat{H}_{xx'} = \langle x | \hat{H} | x' \rangle$ 。