

北京科技大学

2010 年硕士学位研究生入学考试试题

试题编号: 876 试题名称: 量子力学 (共 1 页)

适用专业: 凝聚态物理、理论物理

说明: 所有答案必须写在答题纸上, 做在试题或草稿纸上无效。

1. 【30 分】证明 (1) 位置表象中动量算符的矩阵元 $\langle x' | p | x'' \rangle = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x'} \delta(x' - x'')$; (2) 动量表象中位置算符的矩阵元 $\langle p' | x | p'' \rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial p'} \delta(p' - p'')$ 。

2. 【30 分】泡利矩阵表示: $\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$, $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, 对任意方向: $n = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$, 求 $\sigma_n = \sigma \cdot n$ 的本征值及本征矢, 验证不同本征值对应的本征矢相互正交。

3. 【30 分】对 (L^2, L_z) 的共同本征态 Y_{11} , 证明 (1) $\langle L_x \rangle = \langle L_y \rangle = 0$; (2) $\langle L_x^2 \rangle = \langle L_y^2 \rangle$; (3) 求 L_x 的可能测量值及相应概率。

4. 【30 分】已知 (L^2, L_z) 的共同本征函数:

$$Y_{11} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\varphi}$$

$$Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$$

$$Y_{1-1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{-i\varphi}$$

考虑坐标轴围绕 y 轴按右手螺旋方向转动 $\pi/2$, 使新坐标系 $Ox'y'z'$ 的 z' 轴与旧坐标系 $Oxyz$ 的 x 轴重合。求 (L^2, L_x) 的共同本征函数 $\phi_{11}, \phi_{10}, \phi_{1-1}$, 把它们表示为 Y_{11}, Y_{10}, Y_{1-1} 的线性迭加形式。

5. 【30 分】(1) 将波函数 $\psi(x) = C \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2}\right)$ 归一化, 求归一化因子 C ; (2) 对归一化后的波函数计算 $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, $\langle p \rangle$, 和 $\langle p^2 \rangle$, 并验证不确定关系 $\langle (\Delta x)^2 \rangle \langle (\Delta p)^2 \rangle \geq \frac{\hbar^2}{4}$ 。(这里: $\Delta x = x - \langle x \rangle$, $\Delta p = p - \langle p \rangle$)