

北京科技大学

2012 年硕士学位研究生入学考试试题

试题编号: 876 试题名称: 量子力学 (共 3 页)

适用专业: 物理学

说明: 所有答案必须写在答题纸上, 做在试题或草稿纸上无效。

一) 选择题 (多选, 每题 5 分, 共 40 分)

(1) 德布洛意的物质波假设用_____把粒子的波长和动量联系起来?

A. 普朗克常数 B. 玻尔兹曼常数 C. 光速 D. 里德堡常数

(2) 弗兰克-赫兹实验说明:_____。

A. 原子中存在着确定的能级;
B. 光的粒子性;
C. 光的波动性;
D. 角动量是量子化的;

(3) 以下哪些实验说明存在着自旋:_____。

A. 斯特恩-盖拉赫实验;
B. 反常塞曼效应;
C. 卢瑟福散射;
D. 斯塔克效应;

(4) 在量子力学中, 力学量 (或观测量) 用_____表示?

A. 厄米算符 B. 么正算符 C. 泡利矩阵 D. 正交矩阵

(5) 氢原子的基态能是:_____。

A. -13.6eV B. 13.6eV C. -6.8eV D. 0eV

(6) 角动量大小是 $\sqrt{2}h$, 角动量第三分量 L_z 的可能测量值是:_____。

A. $0h$ B. $0h, \pm h$ C. $0h, h$ D. $0h, h, 2h$

(7) 以下关于电子的陈述, 正确的是:_____。

A. 电子的自旋是 $1/2$ B. 电子是玻色子 C. 电子是费米子 D. 电子的自旋是 0

(8) 对矩阵 $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, 求解本征值问题, 本征值是: _____。

A. 1 B. -1 C. ± 1 D. 0

二) 填空题 (每空 5 分, 共 40 分)

(1) 请列举两个支持光具有波动性的实验: _____, _____; 请列举两个支持光具有粒子性的实验: _____, _____。

(2) 线性谐振子的振荡频率为 ω , 根据量子力学, 它的基态能是: _____。

(3) 粒子波函数是 $Ae^{i(kx-\omega t)}$, 粒子的动量是: _____。

(4) 刚性转子的波函数是: $Ae^{im\phi}$, 这里 ϕ 是转角, 归一化因子 A 是: _____。

(5) 物理系统由归一化波函数 $\psi(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{30}}(5Y_{4,3} + Y_{6,3} - 2Y_{6,0})$ 描述, 这里 $Y_{l,m}(\theta, \varphi)$ 是球谐函数。系统处在 $m=3$ 态的几率是 _____。

三) 计算题 (每题 10 分, 共 70 分)

(1) 在位置表象下, 证明对易关系: $[f(x), \hat{p}] = i\hbar \frac{df}{dx}$ 。

(2) 自旋 $1/2$ 的粒子处在量子态 $\chi = A \begin{pmatrix} 1+i \\ 2 \end{pmatrix}$, 这里 A 是归一化因子, 发现粒子处在 $S_z = \frac{\hbar}{2}$ 的几率是多少?

(3) 一个电子处在宽度 L 的无限深势井的基态上, 现在井的左壁不动, 井右壁突然向右迅速移动, 使井宽变为 $2L$, 求电子处在新基态的概率。

(4) 证明在 L_z 的任何一个本征态下, L_x 的平均值为 0。对于 L^2, L_z 的共同本征态 Y_{10} , 求 L_x 的可能测量值及相应概率。

(5) 对自旋的泡利矩阵, 证明: $\exp\left(-\frac{i\sigma_y\pi}{2}\right) = -i\sigma_y$ 。

(6) 考虑两个自旋 $1/2$ 粒子组成的系统, 处在态: $|\psi\rangle = a|\uparrow\uparrow\rangle + b|\uparrow\downarrow\rangle + c|\downarrow\uparrow\rangle + d|\downarrow\downarrow\rangle$, 这里: $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1$ (假设这里的 $abcd$ 都是实数)。针对这个态测量力学量 S^2 , 这里的 \hat{S} 表示总自旋, 即: $\hat{S} = \hat{S}_1 + \hat{S}_2$ 。

求: (i) 力学量 S^2 的可能测量值是多少; (ii) 对每个可能测量值, 它们的概率是多少。

(7) 考虑两个无相互作用的自旋为 $1/2$ 的全同费米子, 在宽度为 L 的一维无限深势阱中运动, (i) 假设两费米子处于自旋单态, 求系统基态能及对应基态波函数, 基态的简并度是多少; (ii) 假设两费米子处于自旋三重态, 求系统基态能及对应基态波函数, 基态的简并度是多少。