

北京工业大学 2006 年硕士研究生入学考试试题

★所有答案必须做在答题纸上，做在试题纸上无效！

考生注意：试题中约定， $u(n)$ 是单位阶跃序列， $u(t)$ 是单位阶跃信号， $\delta(t)$

是单位冲激信号， $\delta(n)$ 是单位样值序列。

一、选择题 (20 分，每题 2 分)：

从下列各小题的四个备选答案中，选出正确的答案编号写在答题纸上

1. 具有跳变的信号在其跳变处的导数是一个_____。

- a) 强度等于跳变幅度的冲激函数
- b) 幅度为无限大的冲激函数
- c) 强度为无限大的冲激信号
- d) 理想阶跃信号

2. LTI 系统的有界输入有界输出 (BIBO) 稳定性的条件是_____。

a) 特征方程的根的虚部必须为零且输入 $x(t)$ 的最高导数的阶次不超过输出 $y(t)$ 的最高导数的阶次；

b) 特征方程的根不等于零且输入 $x(t)$ 的最高导数的阶次不超过输出 $y(t)$ 的最高导数的阶次；

c) 特征方程的根必须具有负实部且输入 $x(t)$ 的最高导数的阶次不超过输出 $y(t)$ 的最高导数的阶次；

d) 特征方程的根必须具有负实部且输入 $x(t)$ 的最高导数的阶次必须高于输出 $y(t)$ 的最高导数的阶次；

★所有答案必须做在答题纸上，做在试题纸上无效！

3. 设 $x(n)$ 是一个绝对可求和的信号，其有理 z 变换为 $X(z)$ 。若已知 $X(z)$ 在 $z = \frac{1}{2}$ 有一个极点，

则 $x(n)$ 是_____。

- a) 有限长信号 b) 左边信号 c) 右边信号 d) 区间信号

4. $z(t) = 4t^2\delta(2t-4) =$ _____。

- a) $8\delta(t-2)$ b) $16\delta(t-2)$ c) 8 d) 16

5. 设两个有限长序列 $x(n)$ 和 $h(n)$ 的卷积为 $y(n) = x(n) * h(n)$ ， $y(n)$ 的长度 L_y 与 $x(n)$ 的长度

L_x 和 $h(n)$ 的长度 L_h 的关系是_____。

a) $L_y = L_x + L_h + 1$

b) $L_y = L_x + L_h - 1$

c) $L_y = L_x - L_h + 1$

d) $L_y = L_x - L_h - 1$

6. 对于能量信号，傅立叶变换的 f (频率)形式 $X(f)$ 和 ω (角频率)形式 $X(\omega)$ 之间通过 $\omega = 2\pi f$ 进行转换。但是，许多功率信号或不满足绝对可积条件的信号（如正弦波或常数）大都包含冲激，这时要将 $X(f)$ 转换为 $X(\omega)$ ，就必须应用冲激函数的缩放性质，即_____。

a) $\delta(f) = \delta(\omega)$

b) $\delta(f) = \frac{1}{2\pi} \delta(\omega)$

c) $\delta(f) = 2\pi\delta(\omega)$

d) $\delta(f) = \pi\delta(\omega)$

★所有答案必须做在答题纸上，做在试题纸上无效！

7. 一个系统和它的逆系统的冲激响应及其系统函数的关系可以描述为：如果用 $H(z)$ 和 $h(n)$ 表示一个系统，用 $H_I(z)$ 和 $h_I(n)$ 表示它的逆系统，则系统满足_____。

a) $H(z) * H_I(z) = 1, \quad h(n)h_I(n) = \delta(n)$

b) $H(z)H_I(z) = 1, \quad h(n)h_I(n) = \delta(n)$

c) $H(z) * H_I(z) = 1, \quad h(n) * h_I(n) = \delta(n)$

d) $H(z)H_I(z) = 1, \quad h(n) * h_I(n) = \delta(n)$

8. 已知 $x(n]$ 的 Z 变换 $X(z) = \frac{-2.5z}{z^2 - 1.5z - 1}$ ，则 $X(z)$ 可能存在的收敛域是_____。

a) $|z| < 0.5, \quad 0.5 < |z| < 2, \quad |z| > 2$

b) $|z| < 0.5, \quad 0.5 < |z| < 2$

c) $0.5 < |z| < 2, \quad |z| > 2$

d) $|z| > 2$

9. 设信号 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的 Nyquist 采样率分别为 ω_1 和 ω_2 ，且 $\omega_1 > \omega_2$ ，则信号 $x(t) = x_1(t+1)x_2(t+2)$ 的 Nyquist 采样率为_____。

a) ω_1

b) ω_2

c) $\omega_1 + \omega_2$

d) $\omega_1 * \omega_2$

10. 下列说法正确的是_____。

(a) $t^2 u(t)$ 的拉普拉斯变换在 s 平面的任何区域都不收敛。

(b) $e^{t^2} u(t)$ 的拉普拉斯变换在 s 平面的任何区域都不收敛。

(c) $|t|$ 的拉普拉斯变换在 s 平面的任何区域都不收敛。

(d) $e^{j\omega_0 t} u(t)$ 的拉普拉斯变换在 s 平面的任何区域都不收敛。

★所有答案必须做在答题纸上，做在试题纸上无效！

二、填空题(30 分, 每题 3 分)

11. 线性系统对于谐波信号输入产生的输出是_____, 而且输入与输出具有_____。

这一特点构成了频域中系统分析的基础。

12. 信号 $x(t) = 2\cos(40\pi t) + \sin(60\pi t)$ 用 75Hz 频率采样, 采样后的信号 $x(n)$ 的公共周期为_____。

13. 计算 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t} \delta(2t-2) dt =$ _____。

14. 信号 $Sa^2(100t)$ 的最低抽样率是_____, 奈奎斯特 (Nyquist) 间隔是_____。

15. 信号 $x(t) = u(-t)$ 的傅立叶变换是_____。

16. 序列 $x(n) = (-n-3)u(-n)$ 的 z 变换是_____, 其收敛域为_____。

17. 因为 $h(t) = L^{-1}[H(s)]$, 所以 $H(s)$ 的极点分布影响 $h(t)$ 的_____, 而 $H(s)$ 的零点位置变化只影响 $h(t)$ 的_____和_____。

18. 某信号 $f(t)$ 的频谱函数为 $F(\omega) = [u(\omega + 2\pi) - u(\omega - 2\pi)]e^{-j3\omega}$, 则 $f(t) =$ _____。

19. 已知 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, 则 $A^n =$ _____。

20. 产生直流电源的一种办法是将交流信号进行全波整流。这就是说, 将交流信号 $x(t)$ 通过一个满足 $y(t) = |x(t)|$ 的系统。若 $x(t) = \cos \omega t$, 求 $y(t)$ 的傅立叶级数的系数_____。

★所有答案必须做在答题纸上，做在试题纸上无效！

三、分析计算证明题(共 100 分。要求有清晰的解题步骤)

21. 考虑一个 LTI 系统 S 和信号 $x(t) = 2e^{-3t}u(t-1)$ 。如果用 $x(t)$ 驱动 S 并且 S 产生输出 $y(t)$ (简写成 $x(t) \rightarrow y(t)$)，又已知 $\frac{dx(t)}{dt} \rightarrow -3y(t) + e^{-2t}u(t)$ 。试求系统 S 的单位冲激响应 $h(t)$ 。(10 分)

22. 信号 $x(t)$ 是一基波周期为 T 的周期信号，其傅立叶级数的系数是 a_k ，试用 a_k 表示信号 $x(t-t_0) + x(t+t_0)$ 的傅立叶级数的系数。(10 分)

23. 设实信号 $x(t)$ 的傅立叶变换 $X(\omega) = F[x(t)] = A(\omega) + jB(\omega)$ ，且 $x(t) = x_e(t) + x_o(t)$ ，这里 $x_e(t)$ 是 $x(t)$ 的偶分量， $x_o(t)$ 是 $x(t)$ 的奇分量。试证明：

$$X_e(\omega) = F[x_e(t)] = A(\omega)$$

$$X_o(\omega) = F[x_o(t)] = jB(\omega) \quad (10 \text{ 分})$$

24. 在滤波器设计中，可方便的将一个低通滤波器变换为一个高通滤波器，反之亦然。现设 $H(s)$

为原滤波器的系统函数， $G(s)$ 为已被变换的滤波器的系统函数，则有关系： $G(s) = H\left(\frac{1}{s}\right)$ 。

1) 若 $H(s) = \frac{1}{s+1/2}$ ，画出幅度频谱 $|H(j\omega)|$ 和 $|G(j\omega)|$ ；

2) 确定与 $H(s)$ 和 $G(s)$ 有关的线性常系数微分方程；

3) 现考虑一般情况，其中系统函数 $H(s)$ 对应下面一般形式的线性常系数微分方程：

$$\sum_{k=0}^N a_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{k=0}^N b_k \frac{d^k x(t)}{dt^k}$$

不失一般性，假定上式等式两边的最高阶导数阶次 N 相等，求 $H(s)$ 和 $G(s)$ ；

4) 根据 3) 的结果，确定与 $G(s)$ 相对应的线性常系数微分方程。

★所有答案必须做在答题纸上，做在试题纸上无效！

25. 设一个实信号 $x(t)$ 的拉普拉斯变换是 $X(s)$ ，现已知下述 5 个条件：

- 1) $X(s)$ 只有两个极点；
- 2) $X(s)$ 在有限 s 平面上没有零点；
- 3) $X(s)$ 有一个极点在 $s = -1 + j$ 处；
- 4) $e^{2t}x(t)$ 不是绝对可积的；
- 5) $X(0) = 8$ 。

试确定 $X(s)$ ，并给出其收敛域。 (10 分)

26. 设一因果 LTI 系统的差分方程为：

$$y[n] = y[n-1] + y[n-2] + x[n-1]$$

- 1) 求该系统的系统函数 $H(z)$ ；
- 2) 画出 $H(z)$ 的零极点图，并指出收敛域；
- 3) 求系统的单位样值响应 $h(n)$ ；
- 4) 试判断系统的稳定性。

(15 分)

27. 设 LTI 系统的状态方程和输出方程为：

$$\begin{cases} \dot{\lambda}(t) = A\lambda(t) + Be(t) \\ r(t) = C\lambda(t) \end{cases}$$

其中：

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & -4 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

- 1) 检查系统的可控性和可观性；
- 2) 求系统的转移函数。

(15 分)

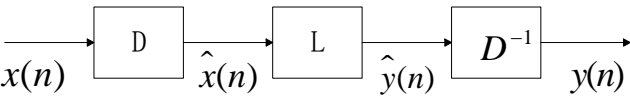
★ 所有答案必须做在答题纸上，做在试题纸上无效！

28. 设 $x(n) = x_1(n) * x_2(n)$ ，如果需要直接从卷积运算 $x_1(n) * x_2(n)$ 中分离出信号 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 显然是困难的。但是，借助某种线性滤波方法则易于分离出两个相加信号。题图 28 给出了所谓的同态滤波解卷积的原理框图，其中各模块的作用如下：

- 1) 算子 D 表示对 $x(n)$ 取 z 变换、取对数和逆 z 变换，得到包含 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 信息的相加形式；
- 2) L 为线性滤波器，可以将两个相加项分离，提取出所需的信号；
- 3) D^{-1} 是算子 D 的逆运算，也即取 z 变换、取指数和逆 z 变换，至此，可从 $x(n) = x_1(n) * x_2(n)$

中按需要分离出 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ ，从而完成解卷积过程。

试写出以上各步运算的表达式。 (15 分)



题图 28