已硕4门

24

2001 年硕士研究生入学考试试卷

考试科目：高等代数 第 2 页 共 2 页

请写出：1、考生须携带的有关用品：

2、对考生的具体要求：

(2) 设 $n=2$，$A=\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix}$，求 T 在基 E_{11}, E_{12}, E_{22} 下的矩阵；

(3) 仍设 $n=2$，$A=\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix}$，证明：如果 $a \neq c$，则 T 在 V 的某组基下的矩阵为对角矩阵，求出该组基与相应的对角矩阵。

六.（14分）设 $a, b \in \mathbb{R}$，$b \neq 0$，又设 6 阶矩阵

$$A=\begin{pmatrix} a & -b & & & & \\ -b & a & 1 & & & \\ & & a & -b & & \\ & & -b & a & 1 & \\ & & & & a & -b \\ & & & & -b & a \end{pmatrix}$$

(1). 求 A 的最小多项式；

(2). 求 A 的 Jordan 标准形。

七（14分）设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是欧氏空间 V 的一组基，$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的度量矩阵为

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -2 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

令 $W=L(\alpha_1+\alpha_2, \alpha_2+\alpha_3)$

(1). 求 W 的一组标准正交基；

(2) 求 $W^{\perp}$，并求 $W^{\perp}$ 的维数和一组标准正交基。

八（12分）设数域 P 上 4 维线性空间 V 中线性变换 T 在基 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 下的矩阵为

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

证明 $W=L(\alpha_1+\alpha_2, \alpha_1+\alpha_3, \alpha_1+\alpha_4)$ 是 T 的不变子空间。