2002年硕士研究生入学考试试卷

考试科目：管理运筹学

请写出：1、考生须携带的有关用品：

2、对考生的具体要求：

一、(20分) 某厂生产甲、乙两种产品，需要A、B两种资源，有关资料如下：

资源 / 单位消耗 / 产品	A	B	单位产品利润
甲	1	1	3
乙	1	2	4
资源最大供应量	6	8	

(1) 求使工厂获利润最大的生产规划（列出模型并求解）；

(2) 确定原最优基不变条件下，产品甲的单位利润的允许可变范围；

(3) 若该厂准备出让资源给另一个工厂，构成原问题的对偶问题，列出对偶问题的数学模型。资源A、B的影子价格是多少？

(4) 试用此例的计算结果，验证和解释对偶理论中的互补松弛定理的正确性。

二、(共25分)

(1) (10分) 已知整数规划问题

$$\max z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 9 \\ 2x_1 + 3x_2 \le 14 \\ x_1, x_2 \ge 0 \quad \text{且为整数} \end{cases}$$

用单纯形法求解其松弛问题，得最终表如下，写出关于 x_1 行的割平面方程。

c_j			x_1	x_2	x_3	x_4
C_B	X_B	b	3	2	0	0
3	x_1	13/4	1	0	3/4	-1/4
2	x_2	5/2	0	1	-1/2	1/2
$C_j - z_j$			0	0	-5/4	-1/4

(2) (15分) 设有某类物资要从发点 A_1、A_2 运往收点 B_1、B_2、B_3。各点的发货量、各收点的收货量以及从 A_i (i=1, 2) 运往某收货点 B_j (j=1, 2, 3) 一吨物资所需运费如下表，问怎样组织运输才能使运费最小？

平衡表　单位：吨　　　　运价表　单位：元/吨

发点 \ 收点	B1	B2	B3	发量	B1	B2	B3
A1				10	4	1	2
A2				12	3	4	3
收量	8	10	5				

2002年硕士研究生入学考试试卷

考试科目：管理运筹学

请写出：1、考生须携带的有关用品：

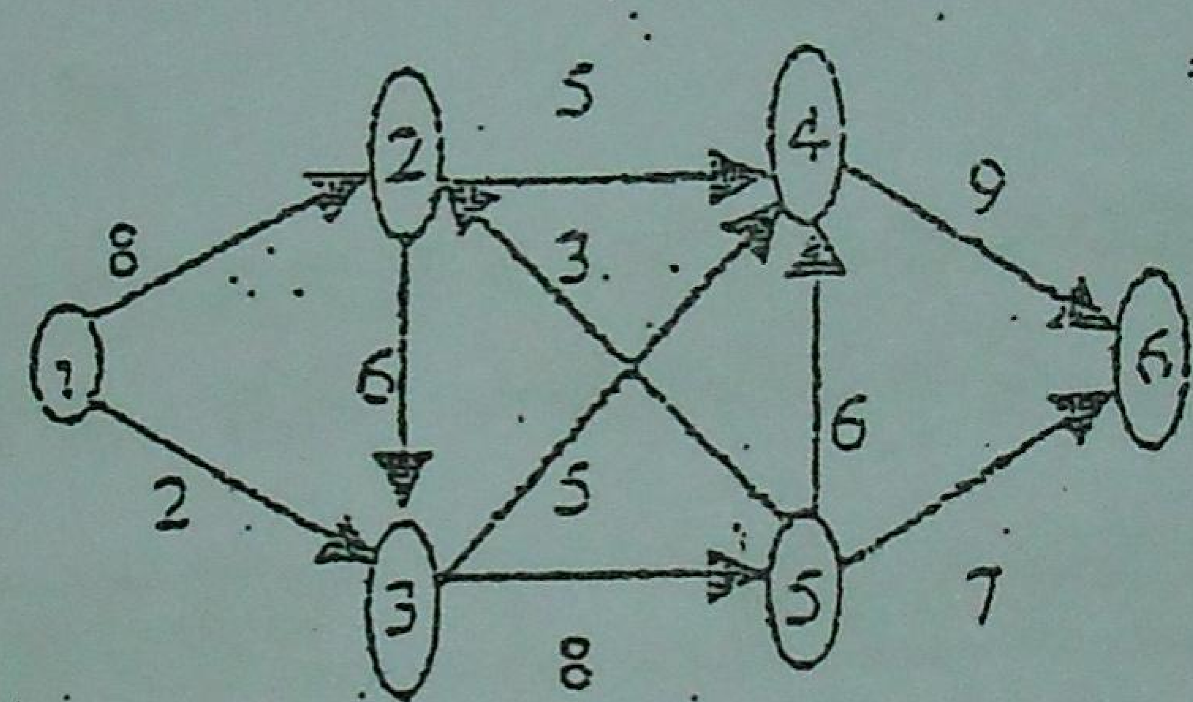
2、对考生的具体要求：

三、(20分) 某公司拟将某种设备5台分配给三个分厂，各厂得到这种设备后提供的收益如下表所示。问如何分配设备以使公司总收益最大（要求：建立动态规划模型并求解）

（表中收益值单位：百万元）

设备台数	分厂一	分厂二	分厂三
0	0	0	0
1	3	5	4
2	7	10	6
3	9	11	11

四、(20分) 用 Ford-Fulkerson 的最大流标号法求解下述网络的最大流，弧旁的数字为该弧的容量。



五、(15分) 考虑某个物流中心的管理问题。根据统计资料，客户相继到达的时间间隔服从负指数分布，平均每半小时来一个，该物流中心目前仅有一个装卸组，该装卸组为一个客户进行装卸服务的时间也服从负指数分布，平均服务时间为20分钟。物流中心的管理人员现在考虑是否需要在增加一个装卸组，以使在该物流中心客户等待时间得到减少。试用排队系统理论进行详尽的分析比较（注：须要求出：空闲概率、有一个客户的概率、有两个客户的概率、平均客户数、平均等待客户数、客户平均逗留时间、客户平均等待时间）

一. $Max\,Z = 3x_1 + 4x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 6 \\ x_1 + 2x_2 \le 8 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

终表.

C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4
3	x_1	4	1	0	2	-1
4	x_2	2	0	1	-1	1
	$c_j - z_j$		0	0	-2	-1

生产甲产品4单位. 乙产品2单

(2)
$$\begin{cases} -2 - 2\Delta c \le 0 \\ -1 + \Delta c \le 0 \end{cases}$$

$-1 \le \Delta c \le 1 \qquad 2 \le 3 + \Delta c \le 4$

产品甲的单位利润可变范围是 [2, 4].

(3) $Min\,Z' = 6y_1 + 8y_2$

$$\begin{cases} y_1 + y_2 \ge 3 \\ y_1 + 2y_2 \ge 4 \\ y_1, y_2 \ge 0 \end{cases}$$

A的影子价格为 2, B的影子价格为 1.

由对偶问题最优解 $Y_1^* = 2, Y_2^* = 1$

$x_1^* + x_2^* + x_{s1} = 6 \qquad x_{s1} = 0$

$x_1^* + 2x_2^* + x_{s2} = 8 \qquad x_{s2} = 0 \qquad \Rightarrow X_s Y^* = 0$

$y_1^* + y_2^* - Y_{s1} = 3 \qquad Y_{s1} = 0$

$y_1^* + 2y_2^* - Y_{s2} = 4 \qquad Y_{s2} = 0 \qquad \Rightarrow X^* Y_s = 0$

二. (1) $x_1 + \frac{3}{4}x_3 - \frac{1}{4}x_4 = \frac{13}{4}$

$x_1 + \frac{3}{4}x_3 - x_4 + \frac{3}{4}x_4 = 3 + \frac{1}{4}$

$-\frac{3}{4}x_3 - \frac{3}{4}x_4 + \frac{1}{4} \le 0$

关于x_1的割平面方程为 ~~x_3~~

$-3x_3 - 3x_4 \le -1.$

(2) 设一虚拟的发点 A_3, 发量为1.

发点\收点	B_1	B_2	B_3	
A_1	4	1	2	10
A_2	3	4	3	12
A_3	0	0	0	1
	8	5	3	

终表:

	B_1	B_2	B_3
A_1		10	0
A_2	7		5
A_3	1		

A_1发给B_2 10吨, A_2发给B_1 7吨, 发给B_3 5吨

三. 分为三个阶段 s_k为每第k阶段初的机器数

$f_k(s_k)$表示把s_k台机器分给第k厂至第3厂时的最大利润 x_k表示分给第k厂的设备台数

$p_k(x_k)$表示分给第k厂x_k台设备时的利润

$s_k - x_k = s_{k+1}$

~~$f_k(s_k) = p_k(x_k) + f_{k+1}(s_k - x_k)$~~

$$f_k(s_k) = \max_{0 \le x_k \le s_k} \{p_k(x_k) + f_{k+1}(s_k - x_k)\}$$

$k=3$

$s_3 \backslash x_3$	0	1	2	3	$f_3(s_3)$	x_3^*
0	0				0	0
1		4			4	1
2			6		6	2
3				11	11	3

$k=2$

$s_2 \backslash x_2$	0	1	2	3	$f_2(s_2)$	x_2^*
2	0+6	5+4	10+0		10	2
3	0+11	5+6	10+4	11+0	14	2
4		5+11	10+6	11+4	16	1,2
5			10+11	11+6	21	2

$k=1$

$s_1 \backslash x_1$	0	1	2	3	$f_1(s_1)$	x_1^*
5	0+21	3+16	7+14	9+10	21	0,2

分配方案1. 分给分厂一 0台，分厂二 2台，分厂三 3台

方案2. 分给分厂一 2台，分厂二 2台，分厂三 1台

均能获利21

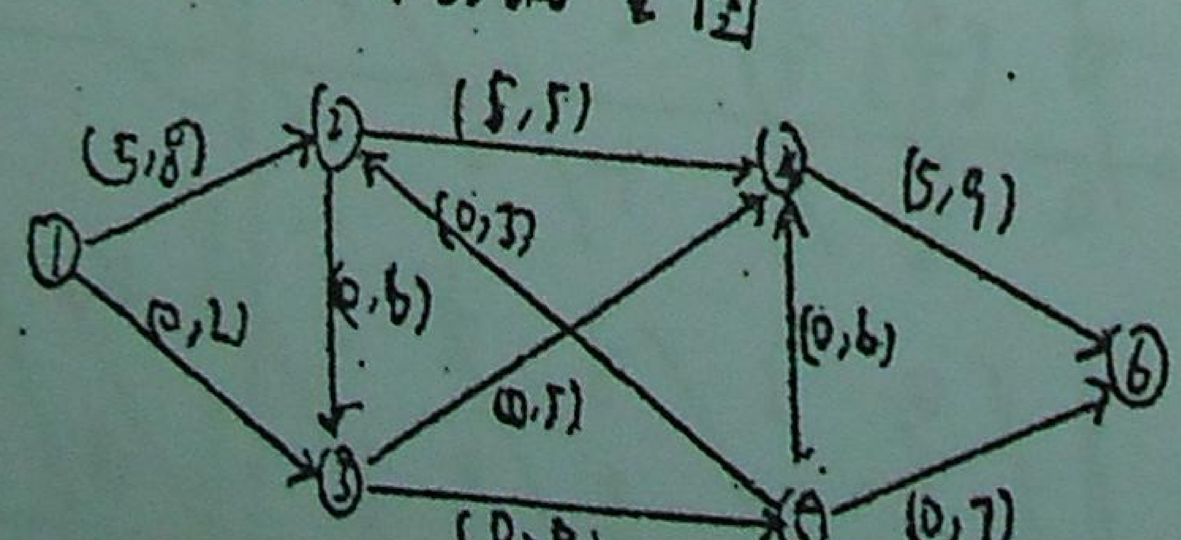
四. 找增广链 ①→②→④→⑥

$$\theta = \min\{\min_{u^+}(c_{ij}-f_{ij}), \min_{u^-} f_{ij}\}$$

$$\theta_1 = \min\{8, 5, 9\} = 5$$

$$f_{ij}^* = \begin{cases} f_{ij}+\theta & (v_i,v_j)\in u^+ \\ f_{ij}-\theta & (v_i,v_j)\in u^- \\ f_{ij} & (v_i,v_j)\notin u \end{cases}$$

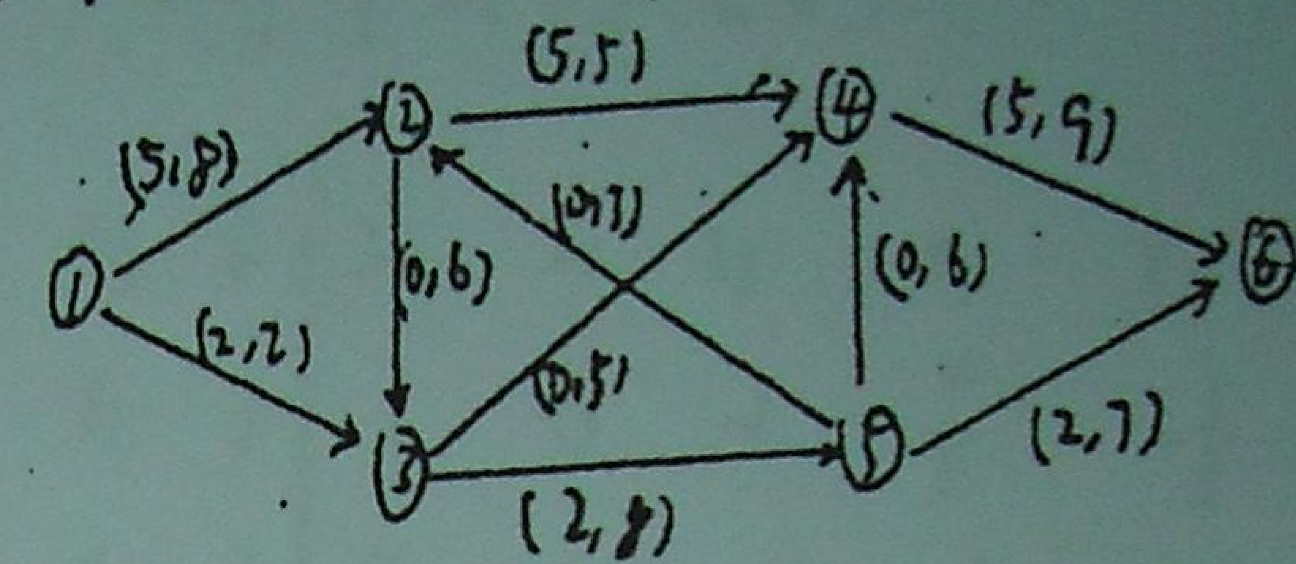
调整得到新的流量图



继续找增广链 ①→③→⑤→⑥

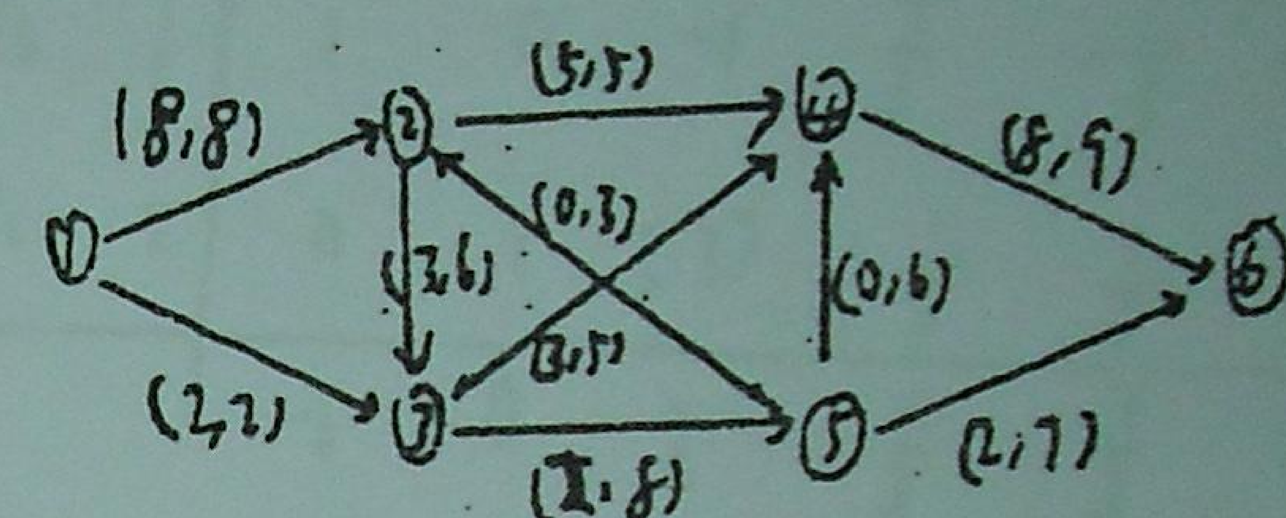
$\theta = \min\{2, 8, 7\} = 2$

调整后得到新的可行流



继续找增广链 ①→②→③→④→⑥

$\theta = \min\{8-5, 6, 5, 9-5\} = 3$



图中不再有增广链，图中的流即为最大流。

最大流为10.

五. $\lambda = 2$个/小时 $\mu = 3$个/小时 $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2}{3}$

$P_0 = 1-\rho = \frac{1}{3}$

$P_1 = (1-\rho)\rho = \frac{2}{9}$

$P_2 = (1-\rho)\rho^2 = \frac{4}{27}$

$L_s = \frac{\lambda}{\mu-\lambda} = 2$个

$L_q = \frac{\rho\lambda}{\mu-\lambda} = \frac{4}{3}$个

$W_s = \frac{1}{\mu-\lambda} = 1$小时

$W_q = \frac{\rho}{\mu-\lambda} = \frac{2}{3}$小时