

32

北方交通大学 2003 年硕士研究生入学考试试卷

考试科目: 424 量子力学

共 1 页 第 1 页

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分。

1. (本题 20 分) 在一维无限深势阱中, 有一质量为 μ 的粒子, $t=0$ 时刻处于态

$$\psi(x) = A \left(\sin \frac{\pi}{a} x + \sin \frac{2\pi}{a} x \right), \quad 0 < x < a.$$

- (1) 计算归一化常数 A ; (2) 测量能量的可能值, 以及这些能量可能值出现的几率; (3) 计算 \bar{E} ; (4) 计算 t 时刻的概率密度函数 $|\psi(x, t)|^2$.

2. (本题 20 分) 计算对易式 $\left[\frac{d}{dx}, x^n \right]$ 和 $\left[\frac{d^n}{dx^n}, x \right]$ 的对易子.

3. (本题 20 分) 在一维线性谐振子的能量本征态 $\psi_n(x)$ 中, 计算 $(\Delta x)^2$ 和 $(\Delta p)^2$.

4. (本题 20 分) 设氢原子处于态 $\psi = A \begin{pmatrix} \frac{1}{2} R_{31} Y_{11} \\ R_{21} (Y_{11} + Y_{10}) \end{pmatrix}$. (1) 试求 E , L^2 , S_z 和 L_z 的

可能值; (2) 这些可能值出现的几率; (3) 计算平均值 \bar{E} , \bar{L}^2 , \bar{L}_z , \bar{S}_z ; (4) 计算总角动量的平均值 \bar{J}^2 和 \bar{J}_z . (请列表表示)

5. (本题 15 分) 设体系的哈密顿为 $H = H_0 + H'$ 在 H_0 表象中有

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{和} \quad \hat{H}' = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

其中 $a \ll 1$. (1) 用微扰理论求能级至二级修正; (2) 计算其精确能量本征值.

6. (本题 15 分) 对于角动量相加 $\hat{J} = \hat{L} + \hat{S}$, 若 $l=1$. (1) 确定总角量子数 j 和相应的磁量子数 m_j ; (2) Ω_{j, m_j} 是耦合表象的本征态, 用无耦合表象表出态 $\Omega_{3/2, 3/2}$ (3) 求出 $\Omega_{1/2, -1/2}$ 和 $\Omega_{1/2, 1/2}$.

7. (本题 15 分) 设一电子(自旋量子数为 $1/2$) $t < 0$ 时处于自旋沿 z 轴正方向的状态, 从 $t > 0$ 开始加上沿 x 轴方向的均匀磁场 B . 试求任意时刻 t 自旋朝 z 轴负方向的几率.

8. (本题 15 分) 计算轨道角动量 z 分量算符 $\hat{L}_z = -i\hbar \partial / \partial \varphi$ ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$) 的本征值和归一化本征函数.

9. (本题 10 分) 设自旋体系处于归一化态 $\chi = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, a, b 为实数, 计算 $(\Delta S_x)^2$.