

北京交通大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

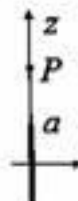
考试科目: 401 电磁场与电磁波

共 4 页 第 1 页

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

1. (20 分) 如图所示, 长度为 $2a$ 的线电荷沿 z 轴放置, 其电荷密度为

$$\rho_l = \begin{cases} \frac{\rho_0 z^2}{a^2} & -a < z < a \\ 0 & z < -a, z > a \end{cases}$$



求: (1) 电荷总量 Q ;

(2) 沿 z 轴上方 ($z > a$) 任一点 P 的电位和电场;

(3) 当 P 点位置位于无穷远时 ($z \rightarrow \infty$), 计算 P 点的电位和电场。

2. (20 分) 如图所示, 理想导体构成的电容器, 内外半径分别为 a 、 b , 长度为 d , 同轴内填充介质, 电容率为 $\epsilon = 9\epsilon_0$, 电导率为 σ 。已知内外导体间的电压为 U , 忽略边缘效应, 求:

(1) 内外导体间的电场强度 E ;

(2) 内导体的表面电荷密度 ρ_s ;

(3) 电容器的电容 C , 用 a 、 b 、 d 、 ϵ_0 表示答案;

(4) 根据 (1) 计算的电场强度, 计算电容器储存的静电能 W_e , 并证明

$$W_e = CU^2/2;$$

(5) 计算电容器的电阻 R 。



3. (20 分) 半径均为 a 的两对无限长平行双线传输线上下平行放置, 截面如图所示, 图中 b 为每对双线两轴线间的距离, d 为两对双线上放置时轴线间的距离, 且 $b \gg a$, $d \gg a$, 求两对传输线之间单位长度的互感。



北京交通大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

考试科目: 401 电磁场与电磁波

共 4 页 第 2 页

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

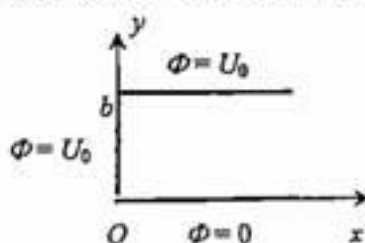
4. (20 分) 沿 x 方向无限长的槽形电极如图所示。域内无空间电荷分布。

已知边界条件如下:

① 在 $x=0$ 处, 电位 $\Phi = U_0$;

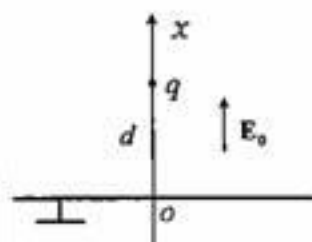
② 在 $y=0$ 处, 电位 $\Phi = 0$

③ 在 $y=b$ 处, 电位 $\Phi = U_0$



试求场域内电位分布。

5. (10 分) 如图所示, 在均匀外电场 E_0 中, 放置一个点电荷, 带电量为 q , 与接地导体平面相距为 d , 当点电荷 q 所受电场力为零时, d 的值为多大?

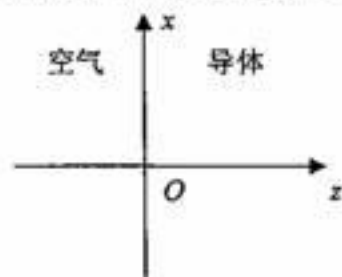


6. (20 分) 如图所示, $z=0$ 的理想导体平面外侧的空气中存在某电磁波, 已知电场分布为

$$\vec{E} = a_y j10 \sin(6z) e^{-j6\sqrt{3}x} \quad \text{V/m}$$

(1) 试问该电磁波是否均匀平面波? 并求相移常数 β , 频率 f , 磁场 \vec{H} ;

(2) 计算导体表面的电荷分布 ρ_s 和电流分布 J_s 。



北京交通大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

考试科目: 401 电磁场与电磁波

共 4 页 第 3 页

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

7. (20 分) 已知自由空间中一平面波的磁场为

$$H = 10^{-4} \left(\frac{3}{2} a_x + a_y + a_z \right) \cos[\omega t + \pi(x - y - cz)] \quad \text{A/m}$$

c 为待定系数, 求:

- (1) 波的传播方向;
- (2) 波长和频率;
- (3) 电场强度;
- (4) 平均坡印廷矢量。

8. (20 分) 一均匀平面波从空气垂直入射于一介质板上, 入射电场为

$$E = a_x E_m \cos(\omega t - \beta z) + a_y c E_m \cos(\omega t - \beta z + \varphi) \quad \text{V/m}$$

求: (1) 如果入射波是左旋圆极化波, 并假定 $c \geq 0$, $|\varphi| \leq \pi$, 确定 c 和 φ 的值;

(2) 在 (1) 的基础上, 计算反射波与透射波的电场, 并说明它们的极化状态。

北京交通大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

考试科目: 40 | 电磁场与电磁波

共 4 页 第 4 页

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

附: 矢量微分表达式

1. 直角坐标 $\nabla \Psi = a_x \frac{\partial \Psi}{\partial x} + a_y \frac{\partial \Psi}{\partial y} + a_z \frac{\partial \Psi}{\partial z}$

$$\nabla \cdot A = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times A = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

$$\nabla^2 \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}$$

2. 圆柱坐标 $\nabla \Psi = a_\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} + \frac{a_\phi}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial \phi} + a_z \frac{\partial \Psi}{\partial z}$

$$\nabla \cdot A = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times A = \begin{vmatrix} \frac{a_\rho}{\rho} & a_\phi & a_z \\ \frac{\partial}{\partial \rho} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_\rho & \rho A_\phi & A_z \end{vmatrix}$$

$$\nabla^2 \Psi = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}$$

3. 球坐标 $\nabla \Psi = a_r \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{a_\theta}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} + \frac{a_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial \phi}$

$$\nabla \cdot A = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

$$\nabla \times A = \begin{vmatrix} \frac{a_r}{r^2 \sin \theta} & \frac{a_\theta}{r \sin \theta} & a_\phi \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ A_r & r A_\theta & r \sin \theta A_\phi \end{vmatrix}$$

$$\nabla^2 \Psi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi^2}$$

常用积分: $\int \frac{x^2}{a-x} dx = -ax - \frac{x^2}{2} - a^2 \ln(a-x)$