一.

$$1. \lim_{n\to\infty} \sin^2 \pi\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)$$

$$2. \lim_{n\to\infty} n\cdot\left(\sqrt[n]{x}-1\right)\ (x>0)$$

$$3. \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots\ldots+\frac{1}{2n}\right)$$

$$4. y=\frac{x^2+x+1}{x^2-5x+6}$$

$y^{(n)}=?$

$$5. f(x)=\arctan x$$

$f^{(n)}(0)=?$

二.

欲制造容积为 V0 的无盖长方形水箱，问如何设计水箱尺寸用料最省。

三.

已给恒稳流速场 $\overrightarrow{v}=(c,y,0)$，求单位时间内流出球面 $x^2+y^2+z^2=4$ 的流量。

四.

求曲面 $z=x^2+y^2+1$ 在点 M（1，-1,3）处的切平面与曲面 $z=x^2+y^2$ 所围立体 的体积。

五.

设 $A=\frac{1}{4}\iint_D |xy-1|\,dxdy/$，其中 $D:\begin{cases}0\le x\le 1\\0\le y\le 1\end{cases}$

1 计算 A

六

设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可积，求证

1. $\int_a^x f(t)dt$ 在 $[a,b]$ 上连续

2 $\exists\xi\in(a,b), s.t\int_a^{\xi} f(x)dx=\int_{\xi}^{b} f(x)dx$

七

1. 已知数列 $\{x_n\}$，如果存在 $r\in(0,1)$，满足 $|x_{n+1}-x_n|\le r|x_n-x_{n-1}|$，则数列收敛

2． 已知正项级数$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$发散，$S_n = \sum_{i=1}^{n} a_n$，则$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{S_n}$发散

八.

1．已给$[a,b]$上的函数$f(x)$及函数列$f_n(x)$，叙述函数列$f_n(x)$在区间$[a,b]$一致收敛到$f(x)$的定义。

2．已知$f_0(x) \in C[0,a]$；

$f_n(x) = \int_0^x f_{n-1}(x)dx$，则函数列在$[0,a]$上一致收敛到$f(x) \equiv 0$