

五、(本题共 12 分)。

一因果稳定的线性时不变系统的频率响应为

$$H(\omega) = \frac{j\omega + 4}{6 - \omega^2 + 5j\omega}$$

- 1) 写出关联该系统的输入和输出的微分方程;
- 2) 用最少数量的积分器, 相加器和系数相乘器实现该系统;
- 3) 求该系统的单位冲激响应;
- 4) 若输入为

$$x(t) = e^{-4t}u(t) - te^{-4t}u(t)$$

求系统的输出。

六、(本题共 12 分)。

有一连续时间线性时不变系统, 其输入 $x(t)$ 和输出 $y(t)$ 有下列微分方程所关联:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} - \frac{dy(t)}{dt} - 2y(t) = x(t)$$

假设 $X(s)$ 和 $Y(s)$ 分别是 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的拉普拉斯变换, $H(s)$ 是系统单位冲激响应 $h(t)$ 的拉普拉斯变换。

- 1) 求 $H(s)$ 作为 s 的两个多项式之比, 画出 $H(s)$ 的零极点图, 且加以标注。
- 2) 对下面每一种情况求 $h(t)$

(i) 系统是稳定的; (ii) 系统是因果的; (iii) 系统既不是稳定的又不是因果的。

七、(本题共 8 分)。

有一单位冲激响应为 $h(t)$ 的因果线性时不变系统, 其输入 $x(t)$ 和输出 $y(t)$ 有下列微分方程关联:

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + (1+a) \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a(a+1) \frac{dy(t)}{dt} + a^2 y(t) = x(t)$$

1) 若

$$g(t) = \frac{dh(t)}{dt} + h(t)$$

问 $G(s)$ 有多少个极点?

2) 对于实参数 a 为何值, 才能保证系统是稳定的?

八、(本题共 12 分)。

有一因果线性时不变系统, 其输入 $x[n]$ 和输出 $y[n]$ 满足下列差分方程:

$$y[n] = y[n-1] + y[n-2] + x[n-1]$$

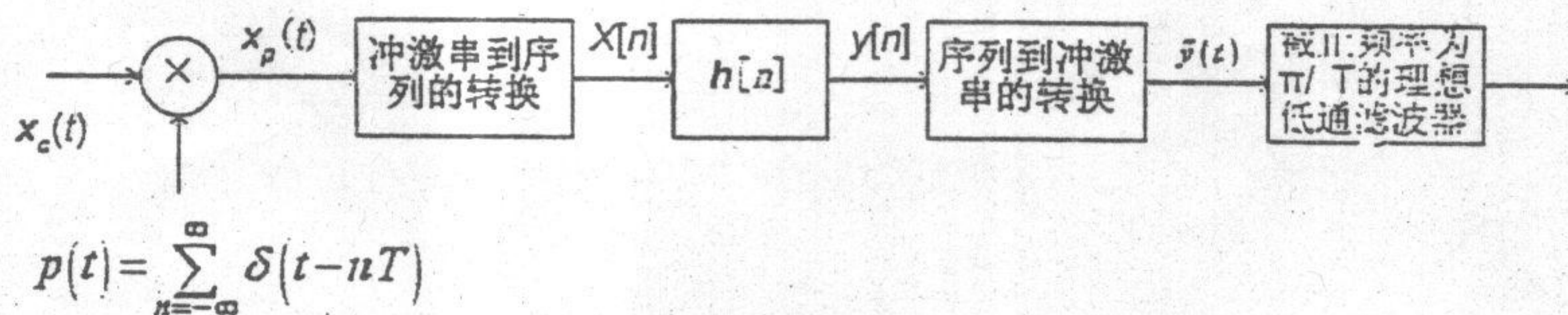
- 1) 求出该系统的系统函数, 画出 $H(z)$ 的零极点图, 指出收敛域。
- 2) 求该系统的单位样值响应。
- 3) 判断该系统是否稳定。
- 4) 求一个满足该方程的稳定的单位样值响应。

九、(本题共 8 分)。

如题九图所示系统, 该系统利用一数字滤波器 $h[n]$ 来处理连续时间信号, 该数字滤波器是线性的, 因果的, 且满足下面差分方程

$$y[n] = \frac{1}{2}y[n-1] + x[n]$$

对于带限输入的信号, 即 $x_c(\omega) = 0, |\omega| > \pi/T$, 图中的系统等效为一个连续时间的线性时不变系统。确定从输入 $x_c(t)$ 到输出 $y_c(t)$ 的整个系统的等效频率响应 $H_c(\omega)$ 。



题九图

十、(本题共 8 分)。

证明:

$$\int_{-\infty}^{\infty} Sa^2(t) dt = \pi$$

5.20 吴何平
北京航空航天大学
二 00 二年硕士生试题

题单号: 422

信号与系统

(共 4 页)

考生注意: 所有答题务必写在考场提供的答题纸上, 写在本试题单上的答题一律无效 (本题单不参与阅卷)。

一、判断题, 判断下列说法是否正确, 正确的打 \checkmark , 错误的打 \times (本题共 10 分, 每小题各 1 分)。

1. 两个周期信号之和为周期信号。
2. 若 $y(t) = x(t) * h(t)$, 则 $y(-t) = x(-t) * h(-t)$ 。
3. 若 $y[n] = x[n] * h[n]$, 则 $y[n-1] = x[n-1] * h[n-1]$ 。
4. 若 $h(t)$ 是一个线性时不变系统的单位冲激响应, 并且 $h(t)$ 是周期的且非零, 则系统是不稳定的。
5. 若 $h[n] < K$ (对每一个 n), K 为某已知数, 则以 $h[n]$ 作为单位脉冲响应的线性时不变系统是稳定的。
6. 一个非因果线性时不变系统与一个因果线性时不变系统级联, 必定是非因果的。
7. 当且仅当一个连续时间线性时不变系统的阶跃响应是绝对可积的, 则该系统是稳定的。
8. 两个线性时不变系统的级联, 其总的输入输出关系与它们在级联中的次序没有关系。
9. 一个奇的且为纯虚数的信号总是有一个奇的且为纯虚数的傅里叶变换。
10. 一个奇的傅里叶变换与一个偶的傅里叶变换的卷积总是奇的。

二、(本题共 10 分, 每小题各 5 分)。

一个系统的性质主要有 (1) 线性, (2) 时不变, (3) 无记忆, (4) 因果, (5) 稳定。下面系统中哪些性质成立, 哪些不成立, 并说明理由。

$$1. y(t) = [\cos(3t)]x(t)$$

$$2. y[n] = \begin{cases} x[n] & n \geq 1 \\ 0 & n = 0 \\ x[n+1] & n \leq -1 \end{cases}$$

三、(本题共 10 分, 每小题各 5 分)。

计算下列卷积

$$1. e^{-t}u(t) * [\delta(t) + 2\delta'(t) - \delta''(t)] * tu(t)$$

2. 已知两个序列分别为

$$x_1[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

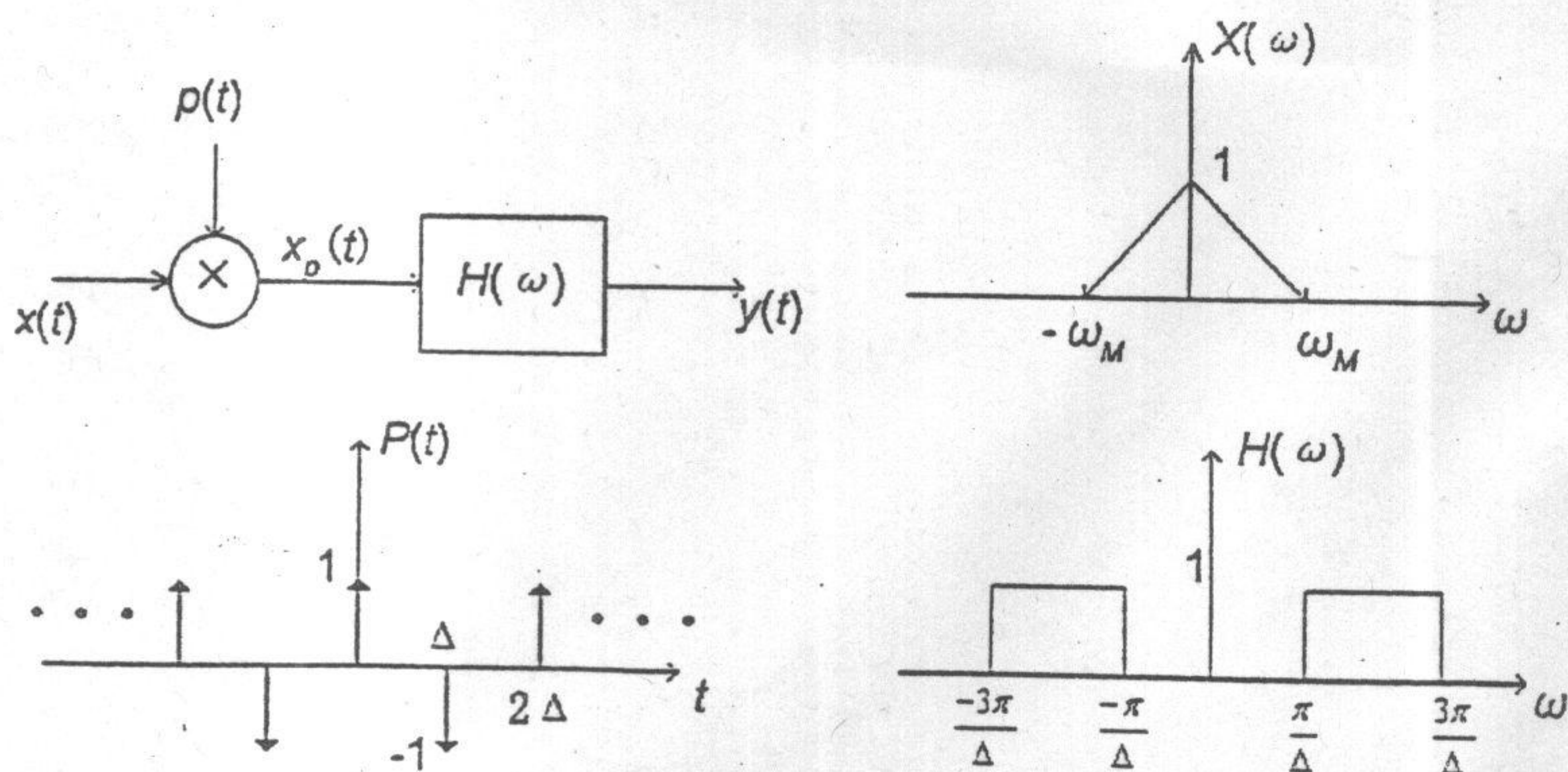
$$x_2[n] = u[n] - u[n-3]$$

求 $n=2$ 和 $n=4$ 时, $s[n] = x_1[n] * x_2[n]$ 的取值。

四、(本题共 10 分)。

题四图所示系统是一个用交替符号冲激串来采样信号的系统。输入信号的傅里叶变换 $X(\omega)$ 如图中所示。

- 1) 对于 $\Delta < \pi/(2\omega_M)$, 画出 $x_p(t)$ 和 $y(t)$ 的傅里叶变换;
- 2) 对于 $\Delta < \pi/(2\omega_M)$, 确定一个能从 $x_p(t)$ 中恢复 $x(t)$ 的系统;
- 3) 对于 $\Delta < \pi/(2\omega_M)$, 确定一个能从 $y(t)$ 中恢复 $x(t)$ 的系统;
- 4) 确定 $x(t)$ 既能从 $x_p(t)$ 又能从 $y(t)$ 恢复的最大 Δ 值 (相对于 ω_M)



题四图