

北京航空航天大学  
二〇〇二年硕士生试题

题单号: 392

## 量子力学

(共 2 页)

考生注意: 所有答题务必书写在考场提供的答题纸上, 写在本试题单上的答题一律无效 (本题单不参与阅卷)。

## 一. (本题 5 分)

在宏观世界里, 量子现象常常可以忽略。试从数量级上说明, 摆长  $l = 1\text{m}$ , 质量  $m = 1\text{kg}$  的单摆的零点振荡振幅一般可忽略不计。

## 二. (本题 10 分)

1. 什么是量子力学中的守恒量? 它有什么性质?
2. 写出一维动量表象中, 坐标和动量的算符形式和它们的本征函数的表示式。

## 三. (本题 15 分)

一粒子在势能  $U(x)$  下作一维运动, 假如它处在能级  $E_x = \frac{\hbar^2 \alpha^2}{2m}$  时的能量本征态

为  $\psi(x) = \left(\frac{\alpha^2}{\pi}\right)^{1/4} e^{-\alpha^2 x^2/2}$ , 其中  $\alpha$  为正常数, 求

- a) 求粒子的平均动量; b) 求  $U(x)$ 。

## 四. (本题 15 分)

已知  $|x_{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm 1 \end{pmatrix}$ ,  $|y_{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix}$ ,  $|z_{+}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $|z_{-}\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  为  $x, y, z$  方向的自旋本征矢, 试用  $|y_{\pm}\rangle$  为基展开  $|x_{\pm}\rangle$ , 并求在  $|x_{\pm}\rangle$  中测量自旋  $y$  分量的各可能值、概率和平均值。

## 五. (本题 20 分)

设系统简并度为 2, 受到微扰  $H' = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$  ( $H_0$  表象), 求准确到一阶的能级近似值和零阶态函数。

## 六. (本题 10 分)

某量子系统由三个相同的玻色子组成, 设单粒子波函数为  $\psi_{\ell}$ , 求系统的所有可能状态。

## 七. (本题 15 分)

设厄米算符  $\hat{A}, \hat{B}$  满足  $\hat{A}^2 = \hat{B}^2 = 1$ , 且  $\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} = 0$ , 求在  $A$  表象中算符  $\hat{A}, \hat{B}$  的矩阵表示。

## 八. (本题 10 分)

求在状态  $\psi = \chi_{\sqrt{2}}(s_z) Y_{11}(\theta, \varphi)$  中, 算符  $\hat{J}^2$  和  $\hat{J}_z$  的本征值, 其中  $\hat{\mathbf{J}}$  是总角动量。