

# 北京航空航天大学

## 二 00 四年硕士试题

题单号: 490

### 统计物理 (共 2 页)

考生注意: 所有答题务必书写在考场提供的答题纸上, 写在本试题单上的答题一律无效 (本题单不参与阅卷)。

一、(本题共 20 分, 第 1 小题为 5 分, 第 2 小题为 15 分)

已知几率分布

$$\rho(\chi)d\chi \propto e^{-\alpha\chi} d\chi$$

其中  $\alpha$  是一与  $\chi$  无关的常数,  $\chi$  的变化范围是 0 到  $\infty$ 。

1、 试将几率分布函数归一化。

2、 试求  $\chi$  的平均值  $\bar{\chi}$ , 方均根值  $\sqrt{\chi^2}$ , 平均平方偏差  $\overline{(\chi - \bar{\chi})^2}$  和相对

$$\text{涨落} \frac{\overline{(\chi - \bar{\chi})^2}}{(\bar{\chi})^2}。$$

二、(本题 20 分) 设系统含有两种粒子, 其粒子数分别为  $N$  和  $N'$ 。粒子间的相互作用很弱, 可以看作是近独立的。假设粒子不可分辨, 处在一个个体量子态的粒子数不受限制。设  $\varepsilon_i$  和  $\varepsilon'_i$  是两种粒子的能级,  $\omega_i$  和  $\omega'_i$  是粒子能级的简并度。试导出平衡状态下两种粒子的最概然分布  $a_i$  和  $a'_i$  的表达式。

三、(本题 20 分) 一高度为  $h$ 、截面积为  $A$  的气柱, 处于重力场中。试根据玻耳兹曼分布计算此气柱的内能和热容量。



四、(本题共 20 分, 第 1 小题 10 分, 第 2 小题 10 分)

1、在下列条件下分别计算一个质量为  $m$ 、角频率为  $\omega$  的谐振子的配分函数:

(1) 认为振子是经典的; (2) 认为振子是量子力学的。

2、在 (2) 的条件下求由  $N$  个这种振子组成的系统的内能和热容量。

五、(本题 20 分) 假设极端相对论电子的能量  $\varepsilon$  和动量  $p$  有如下关系  $\varepsilon = cp$ , 其中  $c$  为真空中的光速。试计算绝对零度时, 极端相对论的理想电子气体的费米能级和内能。

六、(本题共 20 分, 第 1 小题 10 分, 第 2 小题 10 分) 设有一边长为  $L$  的正方形二维固体, 原子数为  $N$ , 仿照三维固体的德拜理论,

1、在高温近似下, 求出固体的振动能和振动热容量;

2、在低温近似下, 证明固体的振动热容量与温度平方成正比。

七、(本题 20 分) 假设自由电子在二维平面上运动, 密度为  $n$ 。试求  $0K$  时二维电子气体的费米能量, 内能和简并压。

八、(本题共 10 分, 第 1 小题 5 分, 第 2 小题 5 分)

证明在正则系统分布中, 能量的涨落为:

$$1、\overline{(E - \bar{E})^2} = KT^2 C_v$$

$$2、\overline{(E - \bar{E})^3} = K^2 \left[ T^4 \left( \frac{\partial C_v}{\partial T} \right) + 2T^3 C_v \right]$$