

2004 年北京航空航天大学数学分析考研试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

1. 设 $f(x)$ 在 (a, b) 上可微, $f'(x)$ 在 (a, b) 上单调, 求证 $f'(x)$ 在 (a, b) 上连续.
2. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, $\forall x \in [a, b]$, $\sum_{n=1}^{\infty} (f(x))^n$ 收敛, 求证 $\sum_{n=1}^{\infty} (f(x))^n$ 在 $[a, b]$ 上一致收敛.
3. 设 $f(x)$ 在圆盘 $x^2 + y^2 \leq 1$ 上有连续的偏导数, 且 $f(x)$ 在其边界上为 0, 求证:

$$f(0, 0) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} -\frac{1}{2\pi} \iint_{S_\varepsilon} \frac{f_x x + f_y y}{x^2 + y^2} dx dy, \text{ 其中 } S_\varepsilon = \{(x, y) | \varepsilon^2 \leq x^2 + y^2 \leq 1\}.$$
4. 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上无穷次可微, 且 $f(x) = o(x^n)$ ($n \rightarrow +\infty$), 求证当 $k \geq n+1$ 时, $\exists x, \lim_{x \rightarrow +\infty} f^{(k)}(x) = 0$.
5. 设 $f(x) = \int_0^x \sin^n t dt$, 求证: 当 n 为奇数时, $f(x)$ 是以 2π 为周期的周期函数; 当 n 为偶数时 $f(x)$ 是一线性函数与一以 2π 为周期的周期函数之和.
6. 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上无穷次可微; $f(0)f'(0) \geq 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f^{(n)}(x) = 0$. 求证:
 $\exists \{x_n\}_{n=1}^{\infty}, \forall n, 0 \leq x_n \leq x_{n+1}, \text{ 使 } f^{(n)}(x_n) = 0.$
7. 设 $f(x)$ 在 $(a, +\infty)$ 上连续, 且 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin(f(x)) = 1$. 求证 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 存在.