

北京航空航天大学 2005 年 硕士研究生入学考试试题

科目代码: 494

统计物理 (共 2 页)

考生注意: 所有答题务必书写在考场提供的答题纸上, 写在本试题单上的答题一律无效 (本题单不参与阅卷)

一、(本题 10 分)

试推出二维 (面积 S 内) 自由粒子, 在 ϵ 到 $\epsilon+d\epsilon$ 的能量范围内的量子态数表达式。

二、(本题 20 分)

试证明, 对于遵从玻耳兹曼分布的定域系统, 熵函数可以表为: $S = -Nk \sum_s P_s \ln P_s$,

式中 P_s 是粒子处在量子态 s 的概率, $P_s = \frac{1}{Z_1} e^{-\beta \epsilon_s}$, \sum_s 对粒子的所有量子态求和。

三、(本题共 20 分, 每小题 10 分)

考虑一极端相对论性理想气体。粒子的静止质量可以忽略。粒子的能量动量关系为: $\epsilon = cp$, 其中 c 为光速, p 为粒子的动量, 粒子的内部运动已忽略。(已知: $\int e^{-x} x^2 dx = 2$) 试求:

- (1) 粒子的配分函数;
- (2) 气体的物态方程、内能和熵。

四、(本题 15 分)

单位体积内, 速率在 v 与 $v+dv$ 之间的分子数, 由麦克斯韦速率分布律给出: $4\pi n(m/2\pi KT)^{3/2} \exp(-mv^2/2KT) v^2 dv$. 试证明, 单位时间内碰到单位面积器壁上, 速率介于 v 与 $v+dv$ 之间的分子数为: $d\Gamma = \pi n(m/2\pi KT)^{3/2} \exp(-mv^2/2KT) v^3 dv$

五、(本题 20 分, 每问 10 分)

计算温度为 T 时, 在体积 V 内光子气体的平均总光子数 \bar{N} 。 ($\bar{N} = \int N_\omega$), 并证明, 在黑体辐射腔内, 一个光子的平均能量近似地等于 $2.7KT$ 。

(已知 $\int x^2/(e^x-1) dx=2.404$, $\int x^3/(e^x-1) dx=6.492$)

六、(本题共 20 分, 每小题 10 分)

某种材料中的电子服从费米分布, 电子总数为 N , 其态密度有如下特征:

$$D(\varepsilon) = \begin{cases} 0, & \text{当 } \varepsilon < 0 \\ D_0, & \text{当 } \varepsilon > 0 \end{cases}$$

(1) 试求 $T=0$ K 时的化学势 μ_0 和总能量 U_0 。

(2) 推导出系统的非简并条件

七、(本题 20 分, 第一问 15 分, 第二问 5)

一个系统由 N 个微弱相互作用的粒子组成, 每个粒子仅有两个能级 ε_1 和 ε_2 , 它们都是非简并的。求系统内能和热容量的表达式, 并求它们的高温极限值和低温极限值。

八、(本题 20 分)

设有 N 个电子组成的自由电子气体, 证明处在费米面处的态密度 $D(\mu_0) = \frac{3N}{2\mu_0}$

九、(本题 5 分)

由 N 个单原子分子组成的理想气体具有温度为 T 的正则分布, 且已知态密度

$g(E) \propto E^{\frac{3}{2}N-1}$ 。试求系统能量的最概然值 E_m , 并证明 E_m 与正则分布的平均能量

$\bar{E}=U$ 相一致。