

# 北京师范大学

一九九九年攻读硕士学位研究生入学考试试题

专业: 理论物理、凝聚态物理、光学、通信与信息系统、固体物理、核物理

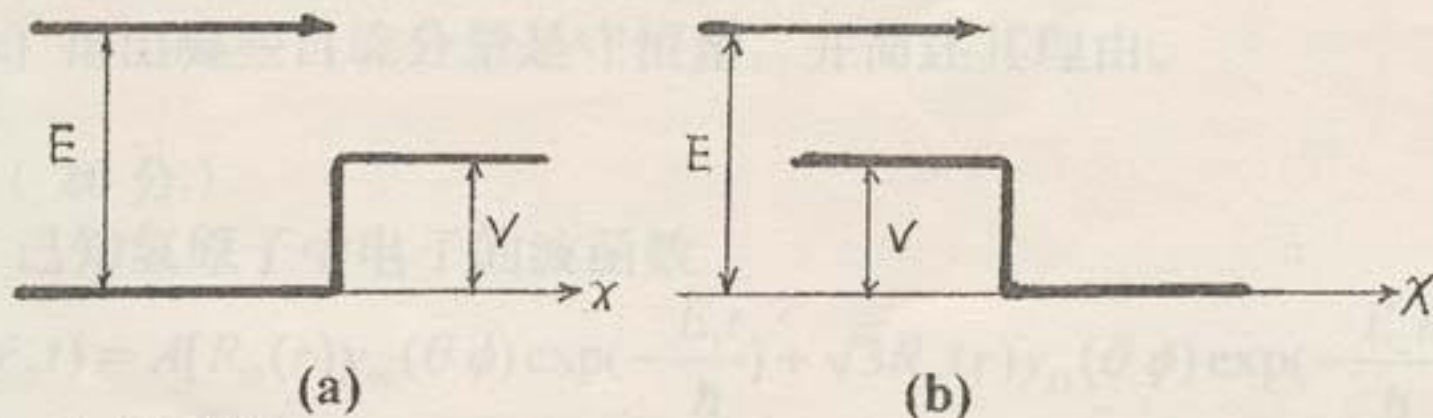
研究方向: 以上专业相关方向

日应用

考试科目: 量子力学

共 2 页 第 1 页

1 (20 分) 能量为  $E$  的粒子束沿  $x$  轴正方向射向 step 势, 证明对于图示的(a)和(b)两种 step 势, 粒子束的反射系数相等。



2 (20 分)

a) 试证明算符  $\hat{l}_x = y\hat{p}_z - z\hat{p}_y$  是厄米算符。

b) 在球坐标下, 证明  $\hat{l}_x = i\hbar(\sin\phi\frac{\partial}{\partial\theta} + \cot\theta\cos\phi\frac{\partial}{\partial\phi})$  是厄米算符。

c) 设  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ , 求对易式  $[\hat{l}_x, r^2]$ 。

3 (20 分) 在一维势场  $V = kx^2/2$  中运动的质量为  $m$  的粒子, 受到微扰  $H' = (\delta k)x^2/2$ ,  $\delta k \ll k$ 。

a) 利用近似方法求粒子能量的一级修正和二级修正。

b) 求粒子能量的精确解, 并和近似解比较。

提示: 递推公式  $x\psi_n = \frac{1}{\alpha}[\sqrt{\frac{n}{2}}\psi_{n-1} + \sqrt{\frac{n+1}{2}}\psi_{n+1}]$

$$\text{能量二级修正 } E^{(2)} = \sum_n \frac{|H'_{nk}|^2}{E_k^{(0)} - E_n^{(0)}}$$

## 4 (20 分)

电子处于沿  $y$  轴方向的均匀恒定磁场  $\vec{B}$  中,  $t=0$  时刻, 在  $S_z$  表象中, 电子的自旋态为

$$\xi(0) = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}$$

不考虑电子的轨道运动,

- 求任意  $t>0$  时刻体系的自旋波函数  $\xi(t)$ 。
- 求  $t$  时刻电子自旋各分量的平均值。
- 指出哪些自旋分量是守恒量, 并简述其理由。

## 5 (20 分)

已知氢原子中电子的波函数

$$\psi(\vec{r}, t) = A[R_{10}(r)y_{00}(\theta, \phi)\exp(-\frac{E_1 t}{\hbar}) + \sqrt{3}R_{21}(r)y_{11}(\theta, \phi)\exp(-\frac{E_2 t}{\hbar})]$$

其中  $A$  为任意常数,  $E_n = -\frac{\mu e^4}{2\hbar^2 n^2}$ ,  $n=1, 2, 3, \dots$ 。  $R_{nl}(r)$  和  $y_{lm}(\theta, \phi)$  分别为归一化的径向波函数与球谐函数。

- 求电子出现在距核  $r$  到  $r+dr$  的球壳层内的概率。
- 求电子能量  $E$ 、角动量  $L^2$  和角动量  $Z$  分量  $L_z$  的平均值。
- 从某时刻起, 原子受到角频率

$$\omega = \frac{E_2 - E_1}{\hbar}$$

的光照射, 电子的波函数将发生怎样变化? (定性说明)