

2012 年硕士研究生入学考试复试大纲

考试科目	复试 近世代数	考试形式	笔试（闭卷）
考试时间	120 分钟	考试总分	200 分（推免生复试 100 分）

一、总体要求

注重对群、环与域的基本知识和基本方法的正确理解和掌握情况的考核。

二、内容及比例

1 群论 (40%)

- 1) 掌握群的定义，掌握有限群、无限群、加群、群的阶和交换群的概念。掌握单位元、逆元的存在性和唯一性，了解消去律的定义，能熟练掌握群与阶的关系，会计算群元素的阶。
- 2) 掌握群的子集成群的充分必要的条件与判定定理，并能掌握找出已知群的子群的一般方法，了解生成子群的定义和基本特征。
- 3) 理解群同构的定义，掌握同构的基本性质和变换群的概念，理解 Cayley 定理。
- 4) 掌握循环群的定义和由生成元决定循环群的性质与特点，熟练掌握剩余类加群，并能证明循环群的结构定理。
- 5) 理解置换与置换群的定义与性质，掌握每一个 n 元置换都可以写成若干个互相没有共同数字的（不相连）的循环置换的乘积的运用。
- 6) 掌握陪集的定义，了解子群与陪集之间的映射关系，掌握指数的概念，能证明有限群的阶能被元的阶整除的定理，以及阶为素数的群一定为循环群的证明。
- 7) 理解正规子群的定义，掌握一个群的子群是正规子群的充分必要条件的定理，理解商群的定义。
- 8) 理解群同态的定义，了解核的定义，掌握群同态的有关性质，并能证明在同态满射下，单位元的象也是单位元，元 a 的逆元的象是 a 的象的逆，理解群的第一同态定理。

2. 环论 (30%)

- 1) 掌握环的定义，掌握整环、域和除环的概念。理解交换环的定义，熟悉单位元、逆元和零因子的性质并能熟练运用。熟悉无零因子环中的计算规则，掌握无零因子环中特征的性质。理解交换环、有单位元环和无零因子环、整环、除环及域的概念与关系。
- 2) 理解理想，子环的定义，以及零理想、单位理想和主理想的概念。理解商环，素理想与极大理想的概念，了解 R 为有 1 交换环时，理想 I ， R/I 为整环（域）的充要条件。
- 3) 理解环同态基本定理，掌握整环的特征和素域的概念。
- 4) 掌握多项式的定义，了解多项式函数环，理解由整环的扩充商域的过程。
- 5) 理解整除，单位、相伴元和平凡因子、真因子、素元的概念，掌握唯一分解的定义，了解整环中的元是否都有唯一分解。掌握唯一分解环中公因子、最大公因子的概念。
- 6) 了解欧氏环的定义，理解主理想环的概念，理解欧氏环、整数环都是主理想环与唯一分解环的证明。掌握多项式环及域上多项式环的相关性质及最大公因子的计算。

3. 域论 (30%)

- 1) 掌握任意域上的向量空间、单扩域的概念，理解任意域上有维向量空间上的线性变换及相关性质与计算。
- 2) 了解分裂域的概念、存在定理及 F -同构的意义。
- 3) 理解代数元，代数元的极小多项式的计算，超越元、有限扩域及代数闭域的概念。
- 4) 了解有限域的基本性质。

