

命题学院（盖章）： 数学与计算科学学院      考试科目代码及名称： 933 高等代数

### 一、考试基本要求

本考试大纲适用于报考深圳大学数学与计算科学学院数学、统计学专业的硕士研究生《高等代数》科目的入学考试。它的主要目的是测试考生是否系统地学习和掌握了高等代数的知识，代数的思维方式，以及现代数学的思想和方法。要求考生具有一定的抽象思维能力、较强的逻辑推理能力和运算能力。

### 二、考试内容和考试要求

#### 1. 一元多项式

了解：数域的概念与性质、一元多项式环的概念、 $P[x]$ 中  $n$  次多项式在数域  $P$  中的根不可能多于  $n$  个、多项式的因式分解。

理解：因式分解及唯一性定理、重因式的概念、余数定理、根与一次因式的关系、复系数多项式因式分解定理、实系数多项式因式分解定理。

掌握：多项式的概念、多项式的运算及性质、整除的概念与性质、带余除法定理及证明、最大公因式的概念与求法（欧几里德算法）、多项式互素的概念与性质、多项式互素的概念与性质、判别多项式  $f(x)$  有无重因式的方法、本原多项式的概念及性质、整系数多项式有理根的理论与方法、Eisenstein 判别法。

#### 2. 行列式

了解：行列式概念的引出及应用、排列、排列的逆序数、偶排列与奇排列的概念与性质、排列的逆序数、偶排列与奇排列的概念与性质、拉普拉斯定理。

理解：对角形行列式的性质、子式和代数余子式、行列式的乘法定理。

掌握： $n$  级行列式的定义、行列式的性质、简化行列式的计算、行列式按一行（列）展开定理、Cramer 法则及应用。

#### 3. 线性方程组

了解：线性方程组初等变换的概念及性质。

理解：线性组合和线性表出以及两个向量组等价的概念、矩阵秩的概念、矩阵  $k$  级子式的概念及矩阵秩为  $r$  的充分必要条件、向量组线性相关性与齐次线性方程组解的关系。

掌握：利用初等变换（消元法）解线性方程组的方法、矩阵的初等变换、数域  $P$  上的  $n$  维向量的概念及运算规则、向量组线性相关、线性无关的概念及基本性质、求向量组的极大线性无关组与秩、计算矩阵秩的方法、线性方程组有解判别定理、齐次线性方程组解的性质及基础解系的概念、齐次线性方程组基础解系的方法、非齐次线性方程组解的结构定理。

#### 4. 矩阵

了解：矩阵乘积(为方阵时)的行列式与秩和它的因子的行列式与秩的关系、可逆矩阵与矩阵乘积的逆与秩的关系、分块矩阵及分块矩阵的运算规律及应用。

理解：矩阵  $A$  可逆及逆矩阵的概念、初等矩阵的概念与性质、矩阵等价的概念、任一矩阵都与其标准形等价。

掌握：矩阵的加法、乘法、数量乘法及矩阵的转置定义及性质、伴随矩阵与逆矩阵的关系、初等变换与初等矩阵的关系及矩阵  $A$  与  $B$  等价的充要条件、判定可逆性和求逆矩阵的方法。

#### 5. 二次型

了解：二次型、二次型矩阵的概念及二次型的矩阵表示、复二次型、实二次型的规范形及规范形的唯一性（惯性定理）。

理解：矩阵合同的概念及性质、二次型的标准形概念、任一对称矩阵都合同于一对角矩阵。

掌握：用非退化线性替换化二次型为标准形的方法、正定二次型及正定矩阵的概念、二次型为正定的充分必要条件及正定矩阵的性质。

#### 6. 线性空间

了解：集合、映射的概念、线性空间的定义与简单性质、子空间的概念、直和的概念。

理解：线性空间维数、基与坐标的概念、子空间交与和的概念、维数公式、数域  $P$  上两个有限维线性空间同构的充分必要条件。

掌握：过渡矩阵的概念及坐标变换公式、线性空间  $V$  的非空子集  $W$  成为子空间的条件、生成的子空间概念及性质、掌握  $V_1+V_2$  是直和的充分必要条件、同构概念及性质。

#### 7. 线性变换

了解：线性变换的简单性质；线性变换的乘法、加法、数乘、逆变换的概念与性质、特征子空间概念、Hamilton-Cayley 定理。

理解：相似矩阵的概念与性质、线性变换的值域与核的概念及主要性质、不变子空间的概念及主要性质。

掌握：线性变换的概念、恒等变换、数乘变换、线性变换在某基下的矩阵的概念、在取定一组基后，线性变换与  $n \times n$  矩阵 1—1 对应、用线性变换矩阵计算向量的象的坐标的公式、线性变换在两组基下的矩阵之间的关系、特征值与特征向量的概念以及求特征值与特征向量的方法、 $n$  维线性空间的一个线性变换在某基下的矩阵为对角矩阵的充分必要条件及判别办法、矩阵相似于一个对角矩阵的条件。

#### 8. 欧几里得空间

了解：欧氏空间同构的概念及条件。

理解：欧几里得空间的定义及基本性质、向量长度的概念、单位向量、柯西-布涅柯夫斯基不等式、夹角的概念。

掌握：正交向量及性质、度量矩阵的概念；标准正交基定义、熟练掌握施密特正交化过程以及正交对角化实对称矩阵。

### 三、考试基本题型

主要题型可能有：选择题、填空题、判断题、计算题、证明题等。试卷满分为 150 分。