

中国地质大学研究生院

硕士研究生入学考试《高等数学》考试大纲 (包括高等数学、线性代数初步两部分)

一、试卷结构

(一) 内容比例

高等数学 约 85%

线性代数初步 约 15%

(二) 题型比例

填空题与选择题 约 30%

解答题 (包括证明题) 约 70%

二、其他

考试时间为 180 分钟, 总分为 150 分。

高等数学

一、函数、极限、连续

考试内容 函数的概念及表示法 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性 反函数、复合函数和隐函数 基本初等函数的性质及其图形 初等函数 简单应用问题的函数关系的建立 数列极限与函数极限的定义以及它们的性质 函数的左、右极限 无穷小 无穷大 无穷小的比较 极限的四则运算 极限存在的两个准则: 单调有界准则和夹逼准则 两个重要极限:

函数连续的概念 函数间断点的类型 初等函数的连续性 闭区间上连续函数的性质(最大值、最小值定理和介值定理)。

考试要求

1. 理解函数的概念 会作函数符号运算并会建立简单应用问题中的函数关系式。
2. 了解函数的奇偶性、单调性、周期性和有界性。
3. 理解复合函数的概念, 了解反函数及隐函数的概念。
4. 掌握基本初等函数的性质及图形。
5. 理解极限的概念, 理解函数的左、右极限概念及函数极限存在与左、右极限之间的关系。
6. 掌握极限的性质及四则运算法则。
7. 理解极限存在的两个准则, 并会利用它们求极限, 掌握用两个重要极限求极限的方法。
8. 理解无穷小、无穷大以及无穷小的阶的概念, 会用等价无穷小求极限。
9. 理解函数连续性的概念, 会判别函数间断点的类型。
10. 了解初等函数的连续性和闭区间上连续函数的性质(最大值、最小值定理和介值定理), 并会应用这些性质。

二、一元函数微分学

考试内容

导数和微分的概念 导数的几何意义和物理意义 函数的可导性与连续性之间的关系 平面曲线的切线和法线及其方程 基本初等函数的导数 导数和微分的四则运算 反函数、复合函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分法 高阶导数的概念 某些简单函数的 n 阶导数 一阶微分形式的不变性 微分在近似计算中的应用 罗尔 (Rolle) 定理 拉格朗日 (Lagrange) 中值定理 柯西 (Cauchy) 中值定理 泰勒 (Taylor) 定理 洛必达 (L'Hospital) 法则 函数的极值及其求法 函数增减性和函数图形凹凸性的判定 函数图形的

拐点及其求法 渐近线 描绘函数的图形 函数最大值和最小值的求法及其简单应用 弧微分 曲率的概念及计算 曲率半径 方程近似解的二分法和切线法

考试要求

1. 理解导数和微分的概念。理解导数的几何意义并会求平面曲线的切线方程和法线方程，了解导数的物理意义，会用导数描述一些物理量。理解函数的可导性与连续性之间的关系。
2. 掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法，掌握基本初等函数的导数公式。了解微分的四则运算法则和一阶微分形式的不变性，以及微分在近似计算中的应用。
3. 了解高阶导数的概念，掌握初等函数的求导方法，会求分段函数的一阶、二阶导数，并会求一些简单的函数的 n 阶导数。
4. 会求隐函数和由参数方程所确定的函数的一阶、二阶导数，会求反函数的导数。
5. 理解罗尔定理和拉格朗日中值定理，了解柯西中值定理和泰勒定理，并会运用它们解决一些简单问题。
6. 理解函数的极值概念，掌握用导数判断的单调性和求函数极值的方法，会求函数的最大值、最小值及其简单应用。
7. 会用导数判断函数图形的凹凸性，会求函数图形的拐点，会求水平、铅直和斜渐近线，会描绘函数的图形。
8. 掌握用洛必达法则求未定式极限的方法。
9. 了解曲率和曲率半径的概念并会计算曲率和曲率半径。
10. 了解求方程近似解的二分法和切线法。

三、一元函数积分学

考试内容

原函数和不定积分的概念 不定积分的基本性质 基本积分公式 定积分的概念和性质 积分中值定理 变上限定积分及其导数 牛顿—莱布尼兹 (Newton-Leibniz) 公式 不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法 有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分 广义积分的概念及计算 定积分的近似算法 定积分的应用

考试要求

1. 理解原函数概念，理解不定积分和定积分的概念。理解定积分中值定理。
2. 掌握不定积分的基本公式，掌握不定积分和定积分的性质及换元积分法与分部积分法。
3. 会求有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分。
4. 理解变上限定积分作为其上限的函数及其求导定理，掌握牛顿—莱布尼兹公式。
5. 了解广义积分的概念并会计算广义积分。
6. 了解定积分的近似算法。
7. 掌握用定积分表达和计算一些几何量与物理量（平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积及侧面积、平行截面面积为已知的立体体积、变力做功、引力、压力和函数平均值等）。

四、向量代数和空间解析几何

考试内容

向量的概念 向量的线性运算 向量的数量积和向量积的概念及运算 向量的混合积 两向量垂直和平行的条件 两向量的夹角 向量的坐标表达式及其运算 单位向量 方向数与方向余弦 曲面方程和空间曲线方程的概念 平面方程、直线方程及其求法 平面与平面、平面与直线、直线与直线的平行、垂直的条件和夹角 点到平面和点到直线的距离 球面 母线平行于坐标轴的柱面 旋转轴为坐标轴的旋转曲面的方程 常用的二次曲面方

程及其图形 空间曲线的参数方程和一般方程 空间曲线在坐标面上的投影曲线方程

考试要求

1. 理解空间直角坐标系, 理解向量的概念及其表示。
2. 掌握向量的运算(线性运算、数量积、向量积、混合积), 了解两个向量垂直、平行的条件。
3. 掌握单位向量、方向数与方向余弦、向量的坐标表达式以及用坐标表达式进行向量运算的方法。
4. 掌握平面方程和直线方程及其求法, 会利用平面、直线的相互关系(平行、垂直、相交等)解决有关问题。
5. 理解曲面方程的概念, 了解常用二次曲线的方程及其图形, 会求以坐标轴为旋转轴的旋转曲面及母线平行于坐标轴的柱面方程。
6. 了解空间曲线的参数方程和一般方程。
7. 了解空间曲线在坐标平面上的投影, 并会求其方程。

五、多元函数微积分学

考试内容

多元函数的概念 二元函数的几何意义 二元函数的极限与连续性 有界闭区域上二元连续函数的性质(最大值和最小值定理) 偏导数及全微分的概念与计算 多元复合函数的求导法 隐函数求导法 高阶偏导数 方向导数与梯度 空间曲线的切线与法平面 空间曲面的切平面与法线 多元函数的极值和条件极值、最大值和最小值 二重积分的概念、基本性质和计算 二重积分的应用

考试要求

1. 了解多元函数的概念, 了解二元函数的表示法与几何意义。
2. 了解二元函数的极限与连续的直观意义。
3. 了解多元函数偏导数与全微分的概念, 掌握求复合函数偏导数和全微分的方法, 会用隐函数的求导法则。
4. 了解多元函数极值和条件极值的概念, 掌握多元函数极值存在的必要条件, 了解二元函数极值存在的充分条件, 会求二元函数的极值, 会用拉格朗日乘数法求条件极值, 会求简单多元函数的最大值和最小值, 会求解一些简单的应用题。
5. 解二重积分的概念与基本性质, 掌握二重积分(直角坐标、极坐标)的计算方法, 会用二重积分计算一些几何量与物理量(面积、体积、质量、重心、转动惯量, 引力)。

六、无穷级数

考试内容

常数项级数收敛与发散的概念 收敛级数的和的概念 级数的基本性质与收敛的必要条件 几何级数与 p 级数的收敛性 正项级数收敛性的判别 任意项级数的绝对收敛与条件收敛 交错级数 莱布尼兹定理 幂级数的概念 收敛半径、收敛区间和收敛域 幂级数的和函数 幂级数在收敛区间内的基本性质 简单幂级数的和函数的求法 初等函数的幂级数展开式

考试要求

1. 了解级数的收敛与发散、收敛级数的和等概念。
2. 掌握级数收敛的必要条件及收敛级数的基本性质, 掌握几何级数及 p 级数的收敛与发散的条件, 掌握正项级数的比较判别法和达朗贝尔(比值)判别法。
3. 了解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念, 掌握交错级数的莱布尼兹判别法, 掌握绝对收敛与条件收敛的判别方法。

4. 会求幂级数的收敛半径和收敛域。
5. 了解幂级数的收敛区间内的基本性质(和函数的连续性、逐项微分和逐项积分), 会求一些简单幂级数的和函数。
6. 掌握 e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$ 与 $(1+x)^a$ 等幂级数展开式, 并会利用这些展开式将一些简单函数间接展成幂级数。

七、常微分方程

考试内容

常微分方程的概念 微分方程的解、通解、初始条件和特解 变量可分离的方程 齐次方程 一阶线性微分方程 可降阶的高阶微分方程 线性微分方程解的性质及解的结构定理 二阶常系数齐次线性微分方程 高于二阶的某些常系数齐次线性微分方程 简单的二阶常系数非齐次线性微分方程 微分方程的一些简单应用

考试要求

1. 了解微分方程及其解、通解、初始条件和特解等概念。
2. 掌握变量可分离的方程及一阶线性方程的解法, 会解齐次方程。
3. 会用降阶法解下列方程: $y^{(n)} = f(x)$, $y'' = f(x, y')$, $y'' = f(y, y')$ 。
4. 理解二阶线性微分方程解的性质及解的结构定理。
5. 掌握二阶常系数齐次线性微分方程的解法, 并会解某些高于二阶的常系数齐次线性微分方程。
6. 会求自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数以及它们的和与积的二阶常系数非齐次线性微分方程的特解。
7. 用微分方程解决一些简单的应用问题。

线性代数初步

一、行列式

考试内容 行列式的定义、性质及计算 考试要求

1. 了解行列式的定义、性质。
2. 掌握二阶、三阶行列式的算法, 会计算简单的 n 阶行列式。

二、矩阵

考试内容

矩阵的概念 单位矩阵、对角矩阵、三角矩阵和对称矩阵以及它们的性质 矩阵的线性运算 矩阵的乘法 矩阵的转置 逆矩阵的概念 矩阵可逆的充分必要条件 伴随矩阵 矩阵的初等变换 矩阵等价 矩阵的秩 初等变换求矩阵的秩和逆矩阵的方法

考试要求

1. 了解矩阵的概念。
2. 了解单位矩阵、对角矩阵、对称矩阵和三角矩阵以及它们的性质。
3. 掌握矩阵的线性运算、乘法、转置以及它们的运算规律。
4. 理解逆矩阵的概念, 掌握逆矩阵的性质, 了解矩阵可逆的充分必要条件, 了解伴随矩阵的概念, 会用伴随矩阵求逆矩阵。
5. 理解矩阵的秩的概念。
6. 掌握用初等变换求矩阵的秩和逆矩阵的方法。

三、线性方程组

考试内容

向量的概念 向量组的线性相关与线性无关 向量组的极大线性无关组 向量组的秩 向量组的秩与矩阵的秩之间的关系 线性方程组的克莱姆 (Cramer) 法则 齐次线性方程组有非零解的充分必要条件 非齐次方程组有解的充分必要条件 线性方程组解的性质和解的结构 齐次线性方程组的基础解系和通解 非齐次线性方程组的通解 行初等变换求解线性方程组的方法

考试要求

1. 了解 n 维向量的概念。
2. 了解向量组线性相关、线性无关的定义。
3. 了解有关向量组线性相关、线性无关的基本性质。
4. 了解向量组的极大线性无关组与向量的秩的概念。
5. 了解克莱姆法则。
6. 理解齐次线性方程组有非零解的充分必要条件及非齐次线性方程组有解的充分必要条件。
7. 理解齐次线性方程组的基础解系及通解的概念。
8. 理解非齐次线性方程组的解的结构及通解的概念。
9. 会用行初等变换求线性方程组的通解。