

江西师范大学硕士研究生入学考试初试科目
考 试 大 纲

科目代码、名称：734 概率论

适用专业：071400 统计学

一、考试形式与试卷结构

(一) 试卷满分 及 考试时间

本试卷满分为 150 分，考试时间为 180 分钟。

(二) 答题方式

答题方式为闭卷、笔试。

试卷由试题和答题纸组成；答案必须写在答题纸相应的位置上。

(三) 试卷题型结构

填空题：10 小题，每小题 3 分，共 30 分

选择题：6 小题，每小题 5 分，共 30 分

计算题：5 小题，每小题 15-25 分，共 90 分

二、考查目标（复习要求）

全日制攻读硕士学位研究生入学考试概率论科目考试内容为概率论基础，要求考生系统掌握概率论基础的基本知识、基础理论和基本方法，并用于分析、解决一些实际问题。

三、考查范围或考试内容概要

第一章 事件与概率

1. 随机现象与统计规律性。
2. 样本空间与事件。
3. 古典概型。
4. 几何概率
5. 概率空间

第二章 条件概率与统计独立性

1. 条件概率，全概率公式，贝叶斯公式
2. 事件独立性
3. 伯努利试验与直线上的随机游动
4. 二项分布与泊松分布

第三章 随机变量与分布函数

1. 随机变量及其分布
2. 正态分布

3. 随机向量, 随机变量的独立性

4. 随机变量的函数及其分布

第四章 数字特征与特征函数

1. 数学期望

2. 方差, 相关系数, 矩

3. 特征函数

4. 多元正态分布

第五章 极限定理

1. 伯努利试验场合的极限定理

2. 收敛性

3. 独立同分布场合的极限定理

4. 强大数定律

5. 中心极限定理

参考教材或主要参考书:

1. 李贤平, 《概率论基础》第三版, 高等教育出版社, 2010

四、样卷

一、填空题 (30 分):

1. 如果 $P(A)=0.4$, $P(B)=0.3$, $P(A \cup B)=0.5$, 则 $P(A\bar{B})=$ _____.
2. 一个盒子中有 6 颗黑棋子、9 颗白棋子, 从中任取两颗, 则这两颗棋子是不同色的概率为_____.
3. 20 件产品中, 有 2 件次品, 不放回地从中接连取两次, 每次取一件产品, 则第二次取到的是正品的概率为_____.
4. 设总体 X 服从 $N(\mu, \sigma^2)$, x_1, x_2, x_3 为来自 X 的样本, 则当常数 $a=$ _____时, $\hat{\mu} = \frac{1}{4}x_1 + ax_2 + \frac{1}{2}x_3$ 的数学期望为 μ .
5. 设 X, Y 相互独立, 且都服从标准正态分布, 则 $Z = \frac{X}{\sqrt{Y^2}}$ 服从_____分布 (同时要写出分布的参数).
6. 已知 $D(X) = 4$, $D(Y) = 9$, $D(X-Y) = 12$, 则 X 与 Y 间的相关系数为 $\rho =$ _____.
7. 设随机变量 X 的分布函数为:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & (\text{当 } x < -1 \text{ 时}), \\ 0.3 & (\text{当 } -1 \leq x < 1 \text{ 时}), \\ 0.7 & (\text{当 } 1 \leq x < 3 \text{ 时}), \\ 1 & (\text{当 } 3 \leq x \text{ 时}). \end{cases}$$

则 X 的概率分布律为_____.

8. 设随机变量 X 服从 $N(1, 4)$, 已知标准正态分布函数值 $\Phi(1) = 0.8413$, 为使

$P\{X < a\} < 0.8413$, 则常数 $a < \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 设随机变量序列 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 独立同分布, 且 $E(X_i) = \mu$, $D(X_i) = \sigma^2 > 0$, $i=1, 2, \dots$,

则对任意实数 x , $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} > x\right\} = \underline{\hspace{2cm}}.$

10. 设有随机变量序列 $\{\xi_n\}$, 若 $\forall \varepsilon > 0$, 有 $\underline{\hspace{2cm}}$, 则称 $\{\xi_n\}$ 依概率收敛于 ξ .

二、单项选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的, 请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

- 对于任意两个事件 A 与 B, 必有 $P(A-B) = (\quad)$
(A) $P(A) - P(B)$ (B) $P(A) - P(B) + P(AB)$ (C) $P(A) - P(AB)$ (D) $P(A) + P(B)$
- 某种动物活到 25 岁以上的概率为 0.8, 活到 30 岁的概率为 0.4, 则现年 25 岁的这种动物活到 30 岁以上的概率是 (\quad) 。
(A) 0.76 (B) 0.4 (C) 0.32 (D) 0.5
- 设随机变量 $X \sim N(1, 4)$, 已知 $\phi(0.5) = 0.6915$, 则 $P\{1 \leq X \leq 2\} = (\quad)$
(A) 0.6915 (B) 0.1915 (C) 0.5915 (D) 0.3915
- 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布列为

$\begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$	1	2	3
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$
2	$\frac{1}{3}$	α	β

若 X 与 Y 独立, 则 (\quad)

- (A) $\alpha = 2/9$, $\beta = 1/9$; (B) $\alpha = 1/9$, $\beta = 2/9$; (C) $\alpha = 1/6$, $\beta = 1/6$; (D) $\alpha = 5/18$, $\beta = 1/18$;

5. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$\begin{matrix} Y \\ X \end{matrix}$	0	1	2
0	0.1	0.2	0

1	0.3	0.1	0.1
2	0.1	0	0.1

则 $P\{X=Y\} = (\quad)$

- (A) 0.3 (B) 0.5 (C) 0.7 (D) 0.8

6. 关于随机变量序列的三种收敛性，下面哪个说法是正确的？

- (A) 依概率收敛可以推出分布函数收敛；
(B) 分布函数收敛可以推出依概率收敛；
(C) 依概率收敛可以推出以概率 1 收敛；
(D) 分布函数收敛可以推出以概率 1 收敛。

三、计算题 (90 分)：

1. (15 分) 袋中有 3 个白球和 1 个黑球，现将其一个一个地全部摸出来。

- (1) 写出该试验的样本空间 Ω ；
(2) 求第三次取出的球是黑球的概率；
(3) 求连续三次都取到白球的概率。

2. (10 分) 在数字通讯中，数字是由 0 和 1 的长序列组成的，由于有随机干扰，发送的信号 0 或者信号 1 各有可能错误接收为信号 1 或者信号 0。现假定发送信号 0 的概率为 0.4，发送信号 1 的概率为 0.6。又已知发送信号 0 时，接收为信号 0 和信号 1 的概率分别为 0.95 和 0.05；发送信号 1 时，接收为信号 0 和信号 1 的概率分别为 0.1 和 0.9。求：

- (1) 收到信号 1 的概率；
(2) 收到信号 1 时这个收到信号 1 是由信号 1 发送的概率 (即没有被错误接收的概率)。

3. (20 分) 证明：

- (1) 若 A 与 B 独立，则 \bar{A} 与 \bar{B} 独立；
(2) 已知随机变量 ξ 与 η 同分布， $U = \xi - \eta$ ， $V = \xi + \eta$ ，试证 U 与 V 不相关。

4. (25 分) 设随机变量 X 与 Y 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} ce^{-y} & (0 \leq x \leq y), \\ 0 & (\text{其他}). \end{cases}$$

- (1) 求常数 c；
(2) 求 X 与 Y 各自的边缘密度函数；
(3) X 与 Y 是否独立？为什么？
(4) 求 $P(X + 2Y < 1)$ 。

5. (20 分) 设 X, Y 是相互独立的随机变量，其联合分布律为

	Y			
X		0	1	2

1	a	1/12	1/6
2	1/6	1/6	a+b

- (1) 求 a, b 的值;
- (2) 求 $X+Y$ 的分布律;
- (3) 求 $\max\{X, Y\}$ 及 $\min\{X, Y\}$ 的数学期望和方差.