

2013 年江西师范大学硕士研究生入学考试初试科目
考 试 大 纲

科目代码、名称： 722 高等数学（决策学方向）

适用专业： 0701Z1 决策学

一、考试形式与试卷结构

（一）试卷满分 及 考试时间

本试卷满分为 150 分，考试时间为 180 分钟。

（二）答题方式

答题方式为闭卷、笔试。

试卷由试题和答题纸组成；答案必须写在答题纸相应的位置上。

（三）试卷内容结构和题型结构（考试的内容比例及题型）

内容结构：微积分。

题型结构为计算题、求解题和证明题。

二、考查目标（复习要求）

要求考生系统地理解高等数学的基本概念和基本理论，掌握高等数学的基本方法。要求考生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、数学运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力。

三、考试内容与要求

（一）函数、极限、连续

考试内容

函数的概念及表示法 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性 复合函数、反函数、分段函数和隐函数 基本初等函数的性质及其图形 初等函数 函数关系的建立 数列极限与函数极限的定义及其性质 函数的左极限和右极限 无穷小量和无穷大量的概念及其关系 无穷小量的性质及无穷小量的比较 极限的四则运算 极限存在的两个准则：单调有界准则和夹逼准则 两个重要极限：

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

函数连续的概念 函数间断点的类型 初等函数的连续性 闭区间上连续函数的性质

考试要求

1. 理解函数的概念，掌握函数的表示法，会建立应用问题的函数关系。
2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性。
3. 理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念。
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念。

5. 了解数列极限和函数极限（包括左极限与右极限）的概念.
6. 了解极限的性质与极限存在的两个准则，掌握极限的四则运算法则，掌握利用两个重要极限求极限的方法.
7. 理解无穷小的概念和基本性质，掌握无穷小量的比较方法，了解无穷大量的概念及其与无穷小量的关系.
8. 理解函数连续性的概念（含左连续与右连续），会判别函数间断点的类型.
9. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性，理解闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值和最小值定理、介值定理），并会应用这些性质.

（二）一元函数微分学

考试内容

导数和微分的概念 导数的几何意义和经济意义 函数的可导性与连续性之间的关系 平面曲线的切线与法线 导数和微分的四则运算 基本初等函数的导数 复合函数、反函数和隐函数的微分法 高阶导数 一阶微分形式的不变性 微分中值定理 洛必达（L'Hospital）法则 函数单调性的判别 函数的极值 函数图形的凹凸性、拐点及渐近线 函数图形的描绘 函数的最大值与最小值

考试要求

1. 理解导数的概念及可导性与连续性之间的关系，了解导数的几何意义与经济意义（含边际与弹性的概念），会求平面曲线的切线方程和法线方程.
2. 掌握基本初等函数的导数公式，导数的四则运算法则及复合函数的求导法则，会求分段函数的导数 会求反函数与隐函数的导数.
3. 了解高阶导数的概念，会求简单函数的高阶导数.
4. 了解微分的概念，导数与微分之间的关系以及一阶微分形式的不变性，会求函数的微分.
5. 理解罗尔（Rolle）定理、拉格朗日（Lagrange）中值定理、了解泰勒定理、柯西（Cauchy）中值定理，掌握这四个定理的简单应用.
6. 会用洛必达法则求极限.
7. 掌握函数单调性的判别方法，了解函数极值的概念，掌握函数极值、最大值和最小值的求法及其应用.
8. 会用导数判断函数图形的凹凸性（注：在区间 (a, b) 内，设函数 $f(x)$ 具有二阶导数，当 $f''(x) > 0$ 时， $f(x)$ 的图形是凹的；当 $f''(x) < 0$ 时， $f(x)$ 的图形是凸的），会求函数图形的拐点和渐近线.
9. 会描述简单函数的图形.

（三）一元函数积分学

考试内容

原函数和不定积分的概念 不定积分的基本性质 基本积分公式 定积分的概念和基本性质 定积分中值定理 积分上限的函数及其导数 牛顿—莱布尼茨（Newton-Leibniz）公式 不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法 反常（广义）积分 定积分的应用

考试要求

1. 理解原函数与不定积分的概念, 掌握不定积分的基本性质和基本积分公式, 掌握不定积分的换元积分法和分部积分法.
2. 了解定积分的概念和基本性质, 了解定积分中值定理, 理解积分上限的函数并会求它的导数, 掌握牛顿-莱布尼茨公式以及定积分的换元积分法和分部积分法.
3. 会利用定积分计算平面图形的面积、旋转体的体积和函数的平均值, 会利用定积分求解简单的经济应用问题.
4. 了解反常积分的概念, 会计算反常积分.

(四) 多元函数微积分学

考试内容

多元函数的概念 二元函数的几何意义 二元函数的极限与连续的概念 有界闭区域上二元连续函数的性质 多元函数偏导数的概念与计算 多元复合函数的求导法与隐函数求导法 二阶偏导数 全微分 多元函数的极值和条件极值. 最大值和最小值 二重积分的概念. 基本性质和计算 无界区域上简单的反常二重积分

考试要求

1. 了解多元函数的概念, 了解二元函数的几何意义.
2. 了解二元函数的极限与连续的概念, 了解有界闭区域上二元连续函数的性质.
3. 了解多元函数偏导数与全微分的概念, 会求多元复合函数一阶、二阶偏导数, 会求全微分, 会求多元隐函数的偏导数.
4. 了解多元函数极值和条件极值的概念, 掌握多元函数极值存在的必要条件, 了解二元函数极值存在的充分条件, 会求二元函数的极值, 会用拉格朗日乘数法求条件极值, 会求简单多元函数的最大值和最小值, 并会解决简单的应用问题.
5. 了解二重积分的概念与基本性质, 掌握二重积分的计算方法(直角坐标、极坐标). 了解无界区域上较简单的反常二重积分并会计算.

(五) 无穷级数

考试内容

常数项级数收敛与发散的概念 收敛级数的和的概念 级数的基本性质与收敛的必要条件 几何级数与 p 级数及其收敛性 正项级数收敛性的判别法 任意项级数的绝对收敛与条件收敛 交错级数与莱布尼茨定理 幂级数及其收敛半径. 收敛区间(指开区间)和收敛域 幂级数的和函数 幂级数在其收敛区间内的基本性质 简单幂级数的和函数的求法 初等函数的幂级数展开式

考试要求

1. 了解级数的收敛与发散. 收敛级数的和的概念.
2. 了解级数的基本性质和级数收敛的必要条件, 掌握几何级数及 p 级数的收敛与发散的条件, 掌握正项级数收敛性的比较判别法和比值判别法.
3. 了解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念以及绝对收敛与收敛的关系, 了解交错级数的莱布尼茨判别法.
4. 会求幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域.
5. 了解幂级数在其收敛区间内的基本性质(和函数的连续性、逐项求导和逐项积分), 会求简单幂级数在其收敛区间内的和函数.

6. 了解 e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$ 及 $(1+x)^\alpha$ 的麦克劳林 (Maclaurin) 展开式.

(六) 常微分方程与差分方程

考试内容

常微分方程的基本概念 变量可分离的微分方程 齐次微分方程 一阶线性微分方程 线性微分方程解的性质及解的结构定理 二阶常系数齐次线性微分方程及简单的非齐次线性微分方程 差分与差分方程的概念 差分方程的通解与特解 一阶常系数线性差分方程 微分方程的简单应用

考试要求

1. 了解微分方程及其阶、解、通解、初始条件和特解等概念.
2. 掌握变量可分离的微分方程, 齐次微分方程和一阶线性微分方程的求解方法.
3. 会解二阶常系数齐次线性微分方程.
4. 了解线性微分方程解的性质及解的结构定理, 会解自由项为多项式, 指数函数, 正弦函数, 余弦函数的二阶常系数非齐次线性微分方程.
5. 了解差分与差分方程及其通解与特解等概念.
6. 了解一阶常系数线性差分方程的求解方法.
7. 会用微分方程求解简单的经济应用问题.

参考教材

《高等数学》(上、下册), 同济大学数学教研室主编, 高等教育出版社, 2007 年第六版.

四、样卷

1、(本题满分 15 分) 设 $f(u)$ 连续, $\lim_{u \rightarrow 0} \frac{f(u)}{u} = A$, 求 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^{\sqrt{x}} (x-t^2)f(t)dt}{x^2}$.

2、(本题满分 15 分) 设 $z = \frac{1}{x} f(xy) + xf(x+y)$, 其中 f 具有连续的二阶偏导数,

求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

3、(本题满分 15 分) 设函数 $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$

(1) 指出函数 $f(x)$ 的单调区间与凹凸区间;

(2) 求 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ，并绘出函数 $f(x)$ 的草图.

4、(本题满分 15 分) 如果函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，则积分上限 x 的函数

$$\Phi(x) = \int_a^x f(t) dt$$

在 $[a, b]$ 上可导，并且它的导数 $\Phi'(x) = \frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x), (a \leq x \leq b)$.

5、(本题满分 15 分) 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，在 (a, b) 内二阶可导，有 $f''(x) > 0$.

试证明：

$$\int_a^b f(x) dx > (b-a)f\left(\frac{a+b}{2}\right).$$

6、(本题满分 15 分) 求微分方程 $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = x$ 满足初始条件 $y(1) = 1$ 的特解.

7、(本题满分 15 分) 求直线 $l: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ 在平面 $\pi: x - y + 2z - 1 = 0$ 上的投影直线 l_0 的方程.

8、(本题满分 15 分) 设 $f(x, y) = \begin{cases} x^2 + y^2, & |y| > |x| \\ xy, & \text{其他} \end{cases}$ ，计算二重积分

$$I = \iint_D f(x, y) d\sigma, \text{ 其中 } D: x^2 + y^2 \leq 1.$$

9、(本题满分 15 分) 计算 $\oint_L \frac{x dx - y dy}{x^2 + y^2}$ ，其中 L 为一条无重点、分段光滑且不经过原点的连续闭曲线， L 的方向为逆时针方向.

10、(本题满分 15 分) 将函数 $f(x) = 2 + |x| (-1 \leq x \leq 1)$ 展开成为以 2 为周期的傅里

叶级数，并以此证明： $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

