

《数学分析》考试大纲

适用专业：基础数学

一、课程性质与目的要求

数学分析是数学与应用数学专业的一门重要基础课。要求学生系统地理解数学分析的基本概念和基本理论，掌握数学分析的基本方法，通过这门课程的学习，要求学生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力、基本运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力。

二、教材及参考书

《数学分析》，华东师范大学数学系编，高等教育出版社，第三版。

三、课程内容与考核要求

(一) 实数集与函数

1、考核知识点：实数概念 实数的四则运算性质与有序性 阿基米德性 稠密性 绝对值与不等式 实数轴区间、邻域概念及表示法 有界集、无界集概念 上、下确界概念及确界原理 函数概念及表示法 函数的四则运算 复合函数 反函数与分段函数 基本初等函数的性质及其图形 初等函数 简单应用问题的函数关系的建立 有界函数 单调函数 奇偶函数 周期函数

2、考核要求：

- ①理解实数的有序性、阿基米德性、稠密性，掌握绝对值及不等式。
- ②理解确界概念，掌握确界原理。
- ③理解函数的概念，掌握函数的表示方法。
- ④了解函数的奇偶性、单调性、周期性和有界性。
- ⑤理解复合函数、分段函数和反函数概念。
- ⑥了解基本初等函数的性质及其图形。
- ⑦会建立简单应用问题中的函数关系式。

(二) 数列极限

1、考核知识点：数列极限 $\varepsilon - N$ 定义及其性质 唯一性 有界性 保号性 迫敛性 四则运算性质 单调有界原理 柯西收敛准则 重要极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ 。

2、考核要求：

- ①理解极限概念。
- ②掌握极限性质及四则运算法则。
- ③掌握极限存在的两个准则，并会利用它们求极限，掌握利用重要极限求极限的方法。

(三) 函数极限

1、考核知识点：函数极限的 $\varepsilon - \delta$ 定义及其性质 唯一性 局部有界性 局部保号性 不等式性质 迫敛性 四则运算法则 柯西准则 归结原则 两个重要极限

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \quad \text{无穷小量、无穷大量的定义及其性质} \quad \text{无穷小(大)量}$$

阶的比较。

2、考核要求:

①理解函数极限的概念,理解函数左极限与右极限的概念,以及极限存在与左、右极限之间的关系。

②掌握极限的性质及四则运算法则

③掌握极限存在的两个准则,并会利用它们求极限,掌握利用两个重要极限求极限的方法。

④理解无穷小、无穷大的概念,掌握无穷小的比较方法,会用等价无穷小求极限。

(四) 函数的连续性

1、考核知识点: 函数连续的概念 函数间断点的类型 初等函数的连续性 闭区间上连续函数的性质 有界性 最大值和最小值定理 介值定理 一致连续性概念 一致连续性定理

2、考核要求:

①理解函数连续性的概念(含左连续与右连续),会判断函数间断点的类型。

②掌握连续函数的性质和初等函数的连续性,掌握闭区间上连续函数的性质:有界性,最大值和最小值定理,介值定理,并会应用这些性质。

③理解一致连续性概念,掌握一致连续性定理。

(五) 导数与微分

1、考核知识点: 导数和微分的概念 导数的几何意义和物理意义 函数的可导性与连续性之间的关系 平面曲线的切线和法线 基本初等函数的导数 导数和微分的四则运算 复合函数 反函数以及参数方程所确定的函数的微分法 高阶导数的概念 某些简单函数的 n 阶导数 一阶微分形式的不变性 微分在近似计算中的应用。

2、考核要求:

①理解导数和微分的概念,理解导数与微分的关系,理解导数的几何意义,会求平面曲线的切线方程和法线方程,了解导数的物理意义,会用导数描述一些物理量,理解函数的可导性与连续性之间的关系。

②掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则,掌握基本初等函数的导数公式,理解微分的四则运算法则和一阶微分形式的不变性,会求函数的微分,了解微分在近似计算中的应用。

③理解高阶导数的概念,会求简单函数的 n 阶导数。

④会求分段函数的一阶、二阶导数。

⑤会求由参数方程所确定的函数的一阶、二阶导数,会求反函数的导数。

(六) 微分学基本定理与不定式极限

1、考核知识点: Fermat 定理 Rolle 定理 Lagrange 中值定理 Cauchy 中值定理 Tayler 定理 L'Hospital 法则

2、考核要求:

- ①理解并会用罗尔定理、拉格朗日中值定理和泰勒定理.
- ②理解并会用柯西中值定理.
- ③掌握用洛必达法则求不定式极限的方法.

(七) 运用导数研究函数性质

1、考核知识点: 函数的极值及其求法 函数单调性 凸函数定义及等价条件 函数图形的凸性、拐点及渐近线 函数图形的描绘 函数最大值和最小值的求法及简单应用.

2、考核要求:

①理解函数的极值概念, 掌握用导数判断函数的单调性区间和求函数极值的方法, 掌握函数最大值和最小值的求法及其简单应用.

②会用导数判断函数图形的凹凸性和拐点, 会求函数图形的水平、垂直和斜渐近线, 会描绘函数的图形.

(八) 极限与连续性(续)

1、考核知识点: 实数完备性的基本定理: 区间套定理 Canchy 准则 聚点定理 有限复盖定理 致密性定理 确界原理及单调有界定理

2、考核要求:

- ①掌握实数完备性定理及其关系, 能较好地运用完备性定理证明有关问题.
- ②理解闭区间上连续函数性质的证明.
- ③理解上极限、下极限概念.

(九) 不定积分

1、考核知识点: 原函数和不定积分概念 不定积分的基本性质 基本积分公式 换元积分法和分部积分法 有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分.

2、考核要求:

- ①理解原函数概念, 理解不定积分的概念.
- ②掌握不定积分的基本公式, 掌握不定积分的性质, 掌握换元积分法与分部积分法.
- ③会求有理函数、三角函数有理式及简单无理函数的积分.

(十) 定积分

1、考核知识点: 定积分的概念和基本性质 可积条件 可积函数类 变上限定积分定义的函数及其连续性、可导性 微积分学基本定理 定积分计算 定积分的换元积分法和分部积分法 非正常积分概念和性质 绝对收敛和条件收敛 非正常积分的柯西收敛准则 比较原则 阿贝尔判别法 狄利克雷判别法

2、考核要求:

- ①理解定积分的概念.
- ②掌握定积分的性质及定积分中值定理, 掌握定积分的换元积分法和分部积分法.
- ③理解变上限定积分定义的函数, 会求它的导数, 掌握牛顿—莱布尼兹公式.
- ④了解非正常积分的概念, 并会计算非正常积分, 会判别非正常积分的敛散性.

(十一) 定积分的应用

1、考核知识点: 定积分的应用: 平面图形的面积 由截面面积求立体体积 平面曲线的弧长 旋转体的体积及侧面积 压力、变力做功 重心 平均值

2、考核要求:

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料, 请访问 <http://download.kaoyan.com>

掌握用定积分表达和计算一些几何量与物理量：平面图形的面积，平面曲线的弧长，旋转体的体积及侧面积，变力做功，重心等。

(十二) 数项级数

1、考核知识点：数项级数的通项 部分和及收敛定义 收敛级数的性质 级数收敛的必要条件、充要条件 几何级数与 p 级数以及它们的收敛性 正项级数收敛的充要条件 正项级数的比较判别法 比式判别法 根式判别法 积分判别法 交错级数及莱布尼兹判别法 绝对收敛和条件收敛 阿贝尔判别法 狄利克雷判别法

2、考核要求：

- ①理解数项级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念，掌握级数的基本性质及收敛的必要条件。
- ②掌握几何级数与 p 级数的收敛与发散的条件。
- ③掌握正项级数的比较判别法和比值判别法，会用根值判别法。
- ④掌握交错级数的莱布尼兹判别法。
- ⑤了解任意项级数绝对收敛和条件收敛的概念，以及绝对收敛和条件收敛的关系。

(十三) 函数列与函数项级数

1、考核知识点：函数列的收敛域与极限函数 函数列一致收敛的定义 函数列一致收敛的柯西准则及充要条件 函数项级数的收敛域与和函数 函数项级数一致收敛的定义 柯西准则及必要条件 函数项级数一致收敛的 M -判别法 阿贝尔判别法 狄利克雷判别法 一致收敛函数列的极限函数的连续性 可微性 可积性 函数项级数的和函数的连续性 逐项可微、逐项可积性

2、考核要求：

- ①理解函数列的收敛域与极限函数的概念及一致收敛概念。
- ②理解函数项级数的收敛域与和函数的概念，及一致收敛概念。
- ③会使用判别法判别一致收敛性。
- ④会使用一致收敛性研究函数列和函数项级数的连续性，可微性，可积性。

(十四) 幂级数

1、考核知识点：幂级数及其收敛半径 收敛区间和收敛域 幂级数的和函数 幂级数的内闭绝对一致收敛性 幂级数在其收敛区间内的基本性质 简单幂级数的和函数的求法 函数可展开为泰勒级数的充分必要条件 $e^x, \sin x, \cos x, \ln(1+x), (1+x)^\alpha$ 的 Maclaurin 展开式

2、考核要求：

- ①掌握幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域的求法。
- ②理解幂级数在其收敛区间内的一些基本性质(和函数的连续性，逐项积分和逐项微分)，会求一些幂级数在收敛区间内的和函数，并会由此求出某些数项级数的和。
- ③理解函数展开为泰勒级数的充分必要条件。
- ④掌握 $e^x, \sin x, \cos x, \ln(1+x)$ 和 $(1+x)^\alpha$ 的麦克劳林展开式，会用它们将一些简单函数间接展开为幂级数。

(十五) 付里叶级数

1、考核知识点: 正交三角函数系 函数的付里叶系数 付里叶级数及收敛定理 函数在 $[-1,1]$ 上的付里叶级数 函数在 $[0,1]$ 上的正弦级数和余弦级数.

2、考核要求:

①理解付里叶级数的概念, 和函数展开为付里叶级数的狄利克雷定理.

②会将定义在 $[-1,1]$ 上的函数展开为付里叶级数, 会将定义在 $[0,1]$ 上的函数展开为正弦级数与余弦级数, 会写出付里叶级数的和的表达式

(十六) 多元函数的极限与连续

1、考核知识点: 平面点集:邻域 内点 聚点 开集 闭集 有界集 区域 平面点列 收敛定义及柯西准则 闭区域套定理 聚点定理 有限覆盖定理 多元函数概念 二元函数几何意义 二元函数的极限和累次极限及它们之间关系 二元函数的连续概念 有界闭区域上多元连续函数的性质

2、考核要求:

①理解多元函数的概念, 理解二元函数的几何意义.

②理解二元函数的极限与连续性的概念, 以及有界闭区域上连续函数的性质.

③了解重极限与累次极限之间的关系.

(十七) 多元函数的微分学

1、考核知识点: 多元函数偏导数和全微分的概念 全微分存在的必要条件和充分条件 全微分在近似计算中的应用 多元复合函数的求导法 二阶偏导数 方向导数和梯度的概念及其计算 空间曲线的切线和法平面 曲面的切平面和法线 二元函数的泰勒公式 多元函数极值的概念 多元函数极值的必要条件和充分条件 极值的求法 多元函数的最大值、最小值及其简单应用.

2、考核要求:

①理解多元函数偏导数和全微分的概念, 会求全微分.了解全微分存在的必要条件和充分条件.

②理解方向导数与梯度的概念, 并掌握其计算方法.

3. 掌握多元复合函数偏导数的求法.

①掌握曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念, 会求它们的方程.

②掌握二元函数的泰勒公式.

③理解多元函数极值的概念, 掌握多元函数极值存在的必要条件.了解多元函数极值存在的充分条件, 会求二元函数的极值, 会求简单多元函数的最大值和最小值, 并会解决一些简单的应用问题.

(十八) 隐函数定理及其应用

1、考核知识点: 隐函数概念 隐函数存在定理 可微定理 隐函数的导数 隐函数组概念 偏导数 反函数组及坐标变换 条件极值概念 拉格朗日乘数法

2、考核要求:

①理解隐函数, 隐函数组概念.

②了解隐函数, 隐函数组, 反函数组存在定理.

③会求隐函数(包括由方程组确定的隐函数)的偏导数.

④会求曲线的切线和法平面，曲面的切平面和法线的方程。

⑤理解多元函数条件极值的概念，会用拉格朗日乘数法求条件极值。

(十九) 重积分

1、考核知识点：二重积分 三重积分的概念及性质 可积的条件 含参量正常积分的连续性、可微性、可积性 二重积分和三重积分的计算 重积分的换元积分法 重积分的应用

2、考核知识点：

①理解二重积分、三重积分的概念，了解重积分的性质，了解二重积分的中值定理，了解含参量正常积分的性质。

②掌握二重积分(直角坐标，极坐标)的计算方法，掌握三重积分(直角坐标，极坐标，球面坐标)的计算方法。

③会用重积分解决一些实际应用问题。

(二十) 重积分(续)与含参量非正常积分

1、考核知识点：二重积分一般定义，可积条件，二重积分性质，变量替换 含参量非正常积分与一致收敛概念 一致收敛准则 判别法 含参量非正常积分的连续性、可微性、可积性 $\Gamma(s)$ 和 $B(p,q)$ 的定义和性质

2、考核要求：

①进一步理解二重积分定义，可积条件，可求面积等问题。了解变量替换定理的证明。

②掌握含参量非正常积分的一致收敛概念及判别法，并能用它来研究含参量非正常积分的连续性、可微性、可积性。

(二十一) 曲线积分与曲面积分

1、考核知识点：两类曲线积分和曲面积分的概念、性质及计算 两类曲线积分的关系 两类曲面积分的关系 格林公式 平面曲线积分与路径无关的条件 已知全微分求原函数 高斯公式 斯托克斯公式 场、梯度、散度、旋度的概念及计算 曲线积分和曲面积分的应用

2、考核要求：

①理解两类曲线积分和两类曲面积分的概念。了解它们的性质及两类曲线积分的关系，两类曲面积分的关系。

②掌握两类曲线积分的计算方法，两类曲面积分的计算方法。

③掌握格林公式，并会运用平面曲线积分与路径无关的条件，会求全微分的原函数。

④掌握高斯公式、斯托克斯公式，会用高斯公式计算曲面积分。

⑤了解散度与旋度的概念，并会计算。