

## 《高等代数》课程考试大纲

### 一、试卷满分及考试时间

试卷满分 150 分，考试时间 3 小时

### 二、试题题型结构

计算题，证明题

### 三、主要参考书

《高等代数》，北京大学数学系编，（第三版）高等教育出版社

### 四、试卷考查内容比例

多项式理论（10%） 行列式（10%） 线性方程组（15%） 矩阵（15%） 线性空间（10%）  
线性变换（15%）  $\lambda$ -矩阵（5%） 欧氏空间（10%） 二次型，双线性函数（10%）

### 五、考查内容

#### （一）多项式

- （1）掌握一般数域上一元多项式的概念、运算及多项式和与积的次数。
- （2）正确理解整除的概念与性质及带余除法。
- （3）掌握最大公因式的概念、性质，掌握互素的概念与性质。
- （4）理解不可约多项式的概念，掌握因式分解唯一性定理。
- （5）理解多项式的导数及重因式的概念，掌握多项式有无重因式的判别方法。
- （6）理解多项式根的概念。
- （7）掌握复数域和实数域上多项式因式分解定理。
- （8）掌握整系数多项式在有理数域上可约的讨论。

#### （二）行列式

- （1）掌握排列，逆序，逆序数，奇、偶排列，对换等有关概念及其性质。
- （2）掌握  $n$  级行列式的概念、性质及其计算方法。
- （3）掌握 Cramer 法则和 Laplace 定理。

#### （三）线性方程组

- （1）掌握用消元法解线性方程组。
- （2）掌握向量空间的概念及有关向量组线性相关的定理，能用初等变换判别向量组的线性相关性。

- （3）掌握矩阵秩的概念，能计算矩阵的秩。
- （4）熟练掌握线性方程组有解的判别定理及有解时解的结构及基础解系的求法。

#### （四）矩阵

- （1）掌握矩阵的运算法则。
- （2）掌握可逆矩阵的概念，可逆的充要条件。
- （3）了解三类初等矩阵，能用初等变换求逆矩阵。
- （4）掌握分块矩阵的应用。

#### （五）二次型

- （1）掌握二次型与对称矩阵的一一对应关系。
- （2）掌握矩阵合同的概念与性质。
- （3）掌握化二次型为标准形的方法。

- (4) 理解实数域和复数域上二次型的标准形及唯一性, 惯性定理。
- (5) 掌握正定和半正定二次型的概念及其判别方法。
- (六) 线性空间
  - (1) 掌握线性空间的定义和基本性质。
  - (2) 理解维数, 基, 坐标, 基变换, 坐标变换的概念。
  - (3) 掌握子空间的判定, 理解子空间交与和的概念, 掌握子空间直和的判定方法。
  - (4) 理解线性空间同构的概念。
- (七) 线性变换
  - (1) 理解线性变换的定义, 掌握线性变换的运算。
  - (2) 掌握线性变换与矩阵的关系。
  - (3) 理解特征值, 特征向量, 特征子空间的定义, 熟练掌握特征值与特征向量计算方法。
  - (4) 理解线性变换值域与核的概念, 掌握线性变换秩与零度之间的关系。
  - (5) 理解不变子空间的概念, 了解若当标准形。
- (八)  $\lambda$ —矩阵
  - (1) 理解  $\lambda$ —矩阵的概念及  $\lambda$ —矩阵在初等变换下的标准形。
  - (2) 理解不变因子的概念, 掌握两个  $\lambda$ —矩阵等价及  $\lambda$ —矩阵可逆的充要条件。
  - (3) 掌握矩阵相似的充要条件。
  - (4) 理解初等因子的概念, 掌握初等因子的计算方法。
  - (5) 理解矩阵 Jordan 标准形的概念。
- (九) 欧几里得空间
  - (1) 掌握欧几里得空间的定义与性质。
  - (2) 理解标准正交基的概念, 掌握 Schmidt 正交化过程。
  - (3) 理解欧几里得空间同构的概念, 掌握两个欧几里得空间同构的充要条件。
  - (4) 理解欧氏空间的子空间的正交补的概念。
  - (5) 掌握对称矩阵的标准形, 掌握将实对称矩阵化成对角形的方法。
  - (6) 了解向量到子空间的距离。
- (十) 双线性函数
  - (1) 了解线性函数的基本概念, 掌握其基本性质。
  - (2) 了解双线性函数、对称双线性函数的基本概念和基本性质, 会用矩阵来研究它们。
  - (3) 能把二次型、欧氏空间中的部分内容统一到双线性函数的概念下来。