

复变函数

1 复数及平面点集

1.1 复数及几何表示

1.1.1 复数在平面上的几何表示

1.1.2 复数的运算

1.1.3 复球面及无穷大

1.2 平面点集

1.2.1 初步概念

1.2.2 区域, 曲线

2 复变函数

2.1 解析函数

2.1.1 函数概念, 极限, 连续性

2.1.2 导数

2.1.3 Cauchy-Riemann 方程

2.2 初等函数

2.2.1 指数函数

2.2.2 三角函数

2.2.3 双曲函数

2.2.4 对数函数

3 复积分

3.1 复变函数积分的概念及其基本性质

3.1.1 复变函数积分的概念与基本性质

3.1.2 Cauchy 定理

3.1.3 原函数

3.1.4 多连域的 Cauchy 定理

3.2 Cauchy 积分公式与高阶导数公式

3.2.1 圆盘内的 Cauchy 积分公式;

3.2.2 高阶导数

3.2.3 Morera 定理

4 解析函数的级数展开式

4.1 级数的基本性质

4.1.1 复数项级数

4.1.2 复变函数项级数

4.1.3 幂级数

4.2 Taylor 级数

4.2.1 ★初等函数的 Taylor 展式

4.2.2 解析函数的零点与唯一性定理

4.3 Laurent 级数

- 4.3.1 解析函数的 Laurent 展式
- 4.3.2 解析函数的孤立奇点
- 4.3.3 孤立奇点的三种类型
- 4.3.4 可去奇点
- 4.3.5 极点
- 4.3.6 本性奇点
- 4.3.7 解析函数在无穷远点的性质
- 4.3.8 Δ 整函数与亚纯函数

5 留数及其应用

5.1 留数及留数定理

- 5.1.1 留数定理
- 5.1.2 留数计算

5.2 留数定理在实积分计算上的应用

- 5.2.1 几个引理
- 5.2.2 实积分的计算
- 5.2.3 Δ 亚纯函数的零点与极点的个数

6 保形映射

6.1 解极映射的若干性质

- 6.1.1 概念
- 6.1.2 导数的几何意义

6.2 分式线性函数及其映射性质

- 6.2.1 分式线性函数
- 6.2.2 两个特殊的分式线性函数

6.3 保形映射的基本问题

- 6.3.1 Riemann 定理
- 6.3.2 边界对应定理
- 6.3.3 最大模原理, Schwarz 引理
- 6.3.4 保形映射举例

7 解析开拓

7.1 解析开拓

- 7.1.1 解析开拓概念
- 7.1.2 对称开拓
- 7.1.3 幂级数开拓
- 7.1.4 完全解析函数

7.2 多角形映照公式

- 7.2.1 基本公式
- 7.2.2 实例

8 调和函数与 Dirichlet 问题

8.1 调和函数

8.1.1 调和函数与解析函数的关系

8.1.2 极值原理

8.1.3 中值公式与 Poisson 公式

8.2 Dirichlet 问题

8.2.1 圆盘上的 Dirichlet 问题

8.2.2 上半平面的 Dirichlet 问题

参考书目：

钟玉泉《复变函数论》，高等教育出版社。