实变函数

1 预备知识

1.1 记号与基本点集理论

1.1.1.1 点集与函数

1.1.1.2 集合的有关记号：并、交、差、余

1.1.1.3 de Morgan 律

1.1.1.4 集合的乘积

1.1.1.5 函数定义

1.1.1.6 函数的复合与四则运算

1.1.1.7 特征函数

1.1.1.8 等价关系

1.1.2 直线上可数集与不可数集

1.2.1.1 有限集

1.2.1.2 △可数集

1.2.1.3 △不可数集

1.2.1.4 有理数集合的可数性

1.1.3 IR 中的拓扑性质

1.1.3.1 开集

1.1.3.2 △开集构成定理

1.1.3.3 闭集

1.1.3.4 连续函数

1.2 Rirmann 积分的局限性

1.2.1 Riemann 可积性简介

2 测度

2.1 零测集

2.1.1 定义

2.1.2 零测集的可数并为零测集

2.1.3 Cantor 集

2.2 外测度

2.2.1 定义

2.2.2 零测集的外测度为 0

2.2.3 空集的 外测度

2.2.4 若 $A \subset B$，则 $m^*(A) \leq m^*(B)$

2.2.5 区间的外测度

2.2.6 次可数可加性

2.2.7 平移不变性

2.3 Lebesgue 可测集与 Lebesgue 测度

2.3.1 测试与可测集定义

2.3.2 零测集与区间可测

2.3.3 可测集的性质

2.3.4 σ 域

2.4 Lebesgue 测度的性质

2.4.1 单调性

2.4.2 开集的测试

2.4.3 渐张(缩)集列极限集的测度

2.4.4 有限可加性

2.5 Borel 集

2.5.1 σ 域的性质

2.5.2 Borel 集的定义

2.5.3 Borel 集类与 Lebesgue 可测集类的关系

3 可测函数

3.1 扩充实直线

3.1.1 $\overline{R}=[-\infty,\infty]$

3.2 定义

3.2.1 几乎处处

3.2.2 函数几乎处处相等的概念

3.2.3 可测函数定义

3.4 性质

3.4.1 可测函数的四则运算及复合

3.4.2 f^+、f^-、$|f|$及上下限函数的可测性

3.4.3 鲁津定理

4 积分

4.1 积分定义

4.1.1 简单函数的积分

4.1.2 非负可测函数的积分

4.1.3 非负函数积分的性质，单调性，可加性，线性

4.1.4 积分为 0 的条件

4.2 单调收敛定义

4.2.1 Fatou 引理

4.2.2 Levi 引理

4.3 可积函数

4.3.1 定义

4.3.2 积分的性质

4.3.3 L 构成——线性空间

4.3.4 绝对不等式

参考书目：

1．江泽坚 吴智泉《实变函数论》， 高等教育出版社。
2．郑维行 王声望 《实变函数与泛函分析概要》（上），高等教育出版社。