

数 学 分 析 (I) 考试大纲

(1) 集合与函数

实数概述, 绝对值不等式, 区间与邻域, 有界集, 确界原理, 函数概念。

(2) 数列极限

数列。数列极限的 $\Sigma-N$ 定义。收敛数列的性质: 唯一性、有界性、保号性、不等式性质、迫敛性、有理运算。子列。数列极限存在的条件: 单调有限定理、柯西收敛原理。

$\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right\}$ 、STOLZ 定理。

(3) 函数极限

函数极限概念 ($x \rightarrow \infty$ 与 $x \rightarrow x_0$ 。瞬时函数的极限。 $\Sigma-\delta$ 定义、 $\Sigma-M$ 定义) 函数极限的性质: 唯一性、局部有界性、局部保号性、不等式性质、迫敛性、有理运算。

函数极限存在的条件: 归结原则、柯西准则。

两个重要极限: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

无穷小量与无穷大量及其阶的比较。

(4) 函数的连续性

函数在一点的连续性。单侧连续性。间断点及其分类。在区间上连续的函数。连续函数的局部性质: 有界性、保号性、连续函数的有理运算、复合函数的连续性。闭区间上连续函数的性质: 有界性、取得最大最小值性、介值性、一致连续性。初等函数的连续性。

(5) 极限与连续性 (续)

实数完备性的基本定理: 区间套定理、数列的柯西收敛准则、聚点原理、致密性定理、有限覆盖定理、实数完备性基本定理的等价性。闭区间上连续函数性质的说明。实数系。压缩映射原理。

(6) 导数与微分

引入问题 (切线问题与瞬时速度问题)。导数的定义。单侧导数。导函数。导数的几何意义。和、积、商的导数。反函数的导数。复合函数的导数。初等函数的导数。

微分概念。微分的几何意义。微分的运算法则。一阶微分形式的不变性。微分在近似计算中的应用。高阶导数与高阶微分。由参量方程所表示的曲线的斜率。

(7) 中值定理与导数的应用

费马 (Fermat) 定理。罗尔 (Rolle) 中值定理。拉格朗日 (Lagrange) 中值定理。柯西中值定理。泰勒 (Taylor) 定理 (Taylor 公式及其拉格朗日型余项、皮亚诺余项)、泰勒公式的某些应用。

函数的单调性的判别法。极值。最大值与最小值。函数的凸性。拐点。渐近点。函数图象的讨论。