

《数学分析》考试是为招收数学各专业学生而设置的具有选拔功能的业务水平考试。它的主要目的是测试考生对数学分析各项内容的掌握程度和应用相关知识解决问题的能力。

一、考试基本要求

要求考生比较系统地理解数学分析的基本概念和基本理论,掌握数学分析的基本思想和方法。要求考生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、运算能力和综合运用所学知识分析问题

和解决问题的能力。

二、考试方法和考试时间

数学分析考试采用闭卷笔试形式,试卷满分为 150 分,考试时间为 180 分钟。

三、考试主要内容和考试要求

(一) 极限和函数的连续性

1、考试主要内容

映射与函数;数列的极限、函数的极限;连续函数、函数的连续性和一致连续性; \mathbb{R} 中的点集、实数系的连续性;函数和连续函数的各种性质。

2、考试要求

(1) 透彻理解和掌握数列极限,函数极限的概念。掌握并能运用 $\varepsilon-N$, $\varepsilon-X$, $\varepsilon-\delta$ 语言处理极限问题。熟练掌握数列极限与函数极限的概念;理解无穷小量的概念及基本性质。

(2) 熟练掌握极限的性质及四则运算性质,能够熟练运用两面夹原理和熟练掌握两个重要极限来处理极限问题。

(3) 熟练掌握实数系的基本定理:区间套定理,确界存在定理,单调有界原理, Bolzano-Weierstrass 定理, Heine-Borel 有限覆盖定理, Cauchy 收敛准则;并理解相互关系。

(4) 熟练掌握函数连续性的概念及相关的间断点类型。能够运用函数连续的四则运算与复合运算性质以及相对应的;并理解两者的相互关系。函数连续性的定义(点,区间),连续函数的局部性质;理解单侧连续的概念。

(5) 熟练掌握闭区间上连续函数的性质:有界性定理、最值定理、介值定理;了解 Cantor 定理。

(二) 一元函数微分学

1、考试主要内容

微分的概念、导数的概念、微分和导数的意义;求导运算;微分运算;微分中值定理;洛必达法则、泰勒展式;导数的应用。

2、考试要求

(1) 理解导数和微分的概念及其相互关系,理解导数的几何意义和物理意义,理解函数可导性与连续性之间的关系。

(2) 熟练掌握函数导数与微分的运算法则,包括高阶导数的运算法则、复合函数求导法则,会求分段函数的导数。理解单侧导数、可导性与连续性的关系,掌握导数的几何应用,微分在近似计算中的应用。

(3) 熟练掌握 Rolle 中值定理, Lagrange 中值定理和 Cauchy 中值定理以及 Taylor 展式。

(4) 能够用导数研究函数的单调性、极值,最值和凹凸性。

(5) 掌握用洛必达法则求不定式极限的方法。

(三) 一元函数积分学

1、考试主要内容

定积分的概念、性质和微积分基本定理；不定积分和定积分的计算；定积分的应用；广义积分的概念和广义积分收敛的判别法。

2、考试要求

(1) 理解不定积分的概念。掌握不定积分的基本公式，换元积分法和分部积分法，会求初等函数、有理函数和三角有理函数的积分。

(2) 掌握定积分的概念，包括 Darboux 和，上、下积分及可积条件与可积函数类。

(3) 掌握定积分的性质，熟练掌握微积分基本定理，定积分的换元积分法和分部积分法以及积分中值定理。

(4) 能用定积分表达和计算如下几何量与物理量：平面图形的面积，平面曲线的弧长，旋转体的体积与侧面积，平行截面面积已知的立体体积，变力做功和物体的质量与质心。

(5) 理解广义积分的概念。熟练掌握判断广义积分收敛的比较判别法，Abel 判别法和 Dirichlet 判别法；积分第二中值定理。掌握广义积分的收敛、发散、绝对收敛与条件收敛等概念；能用收敛性判别法判断某些反常积分的收敛性。

(四) 无穷级数

1、考试主要内容

数项级数的概念、数项级数敛散的判别法；级数的绝对收敛和条件收敛；函数项级数的收敛和一致收敛及其性质、收敛性的判别；幂级数及其性质、泰勒级数和泰勒展开。

2、考试要求

(1) 理解数项级数敛散性的概念，掌握数项级数的基本性质。

(2) 熟练掌握正项级数敛散的必要条件，比较判别法，Cauchy 判别法，D'Alembert 判别法与积分判别法。

(3) 熟练掌握任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念及其相互关系。熟练掌握交错级数的 Leibnitz 判别法。掌握绝对收敛级数的性质。

(4) 熟练掌握函数项级数一致收敛性的概念以及判断一致收敛性的 Weierstrass 判别法。Abel 判别法、Cauchy 判别法、Dirichlet 判别法和 Dini 判别法。熟练掌握函数项级数一致收敛性的性质及其应用。

(5) 掌握幂级数及其收敛半径的概念，包括 Cauchy-Hadamard 定理和 Abel 第一定理。

(6) 熟练掌握幂级数的性质。能够将函数展开为幂级数。理解余项公式。

(7) 掌握三角函数系的正交性与函数的傅里叶 (Fourier) 级数的概念与性质；能正确地叙述傅里叶级数收敛性判别法；能将一些函数展开成傅里叶级数并简单的应用。

(五) 多元函数微分学与积分学

1、考试主要内容

多元函数的极限与连续、全微分和偏导数的概念、重积分的概念及其性质、重积分的计算；曲线积分和曲面积分；反常积分的定义和判别。

2、考试要求

(1) 理解平面及空间点集的基本概念，多元函数的极限，累次极限，连续性概念；了解闭集套定理，有限覆盖定理。掌握多元函数极限、连续与一致连续概念及其性质，偏导数、方向导数、高阶偏导数和全微分等概念以及和连续关系，会求多元函数的极限、偏导数、方向导数、高阶偏导数和全微分。

(2) 掌握隐函数存在定理。会求隐函数的导数；会求曲线的切线方程，法平面方程，曲面的切平面方程和法线方程

(3) 会求多元函数极值和无条件极值，了解偏导数的几何应用。

(4) 了解可求面积、体积概念。熟练掌握重积分（包括广义的）、两类曲线积分和两类曲面积分的概念与计算，会求图形的面积，体积及物体的质量与重心。

(5) 熟练掌握 Gauss 公式、Green 公式和 Stoks 公式及其应用。

(6) 形式微分。

(六) 含参变量积分

1、考试主要内容

含参变量积分的概念、性质。

2、考试要求

(1) 熟练掌握含参变量常义积分的概念与性质以及应用。

(2) 熟练掌握变上限积分。

(3) Euler 积分。