

## 701 高等数学

参考书为《微积分》(第二版)(上、下), 同济大学应用数学系主编, 高等教育出版社出版。

### (一) 函数、极限、连续函数

本部分内容主要介绍函数的基本概念、研究函数变化性态的主要工具——极限理论、以及函数的连续性。采取课堂系统讲授、课后练习并有针对性地组织习题课与课堂讨论, 使学员达到:

1. 了解集合的概念, 集合的基本运算; 知道“确界公理”;
2. 理解函数的概念, 了解映射及反函数的概念; 了解函数的基本特性, 会证明函数的奇偶性;
3. 理解复合函数和初等函数的概念。会用函数关系描述一些简单的实际问题;
4. 理解极限(包括左、右侧极限)的概念, 会用  $\epsilon$  ,  $\delta$  定义验证简单极限;
5. 理解和掌握极限四则运算法则;
6. 了解极限的性质(包括惟一性、有界性和保号性)和极限存在准则(单调有界准则和夹逼准则), 掌握用两个重要极限求极限;
7. 理解无穷小、无穷大的概念, 掌握无穷小与无穷大的关系, 掌握有极限的量与无穷小量的关系, 了解无穷小的阶的概念, 掌握无穷小的基本运算。掌握用等价无穷小代换求极限;
8. 理解函数连续的概念, 会判断间断点的类型;
9. 了解初等函数的连续性, 理解闭区间上连续函数的性质, 掌握应用这些性质特别是零点定理解决有关问题的方法。

### (二) 一元函数微分学

本部分内容主要研究一元函数微分学的相关概念、理论和方法。采取课堂系统讲授、课后练习并有针对性地组织习题课与课堂讨论, 使学员达到:

1. 理解导数和微分的概念, 理解导数和微分的几何意义及函数的可导性与连续性的关系;
2. 熟练掌握导数的四则运算法则和复合函数求导法, 掌握基本初等函数的导数公式及反函数的求导方法;
3. 了解微分的四则运算法则和一阶微分形式不变性;
4. 了解高阶导数的概念, 会求简单函数的高阶导数;
5. 掌握求分段函数、隐函数及参数式所确定的函数的导数的方法;
6. 会用导数概念解决一些简单的实际问题;
7. 理解罗尔(Rolle)定理和拉格朗日(Lagrange)中值定理, 了解柯西(Cauchy)中值定理和泰勒(Taylor)中值定理, 掌握中值定理的应用, 会用泰勒公式近似表示函数;
8. 熟练掌握用洛必达(L'Hospital)法则求未定式极限的方法;
9. 理解函数极值的概念, 掌握用导数判断函数增减性和求极值的方法。掌握判断函数的凹凸性的方法, 会求拐点和曲线的渐进线;
10. 会利用导数证明一些不等式;
11. 掌握较简单应用问题的最大(小)值的求法;
12. 了解弧微分、曲率和曲率半径的概念, 会计算曲率和曲率半径。

### (三) 一元函数积分学及其应用

本部分内容主要研究一元函数积分学的相关概念、理论和方法。采取课堂系统讲授、课后练习并有针对性地组织习题课与课堂讨论, 使学员达到:

1. 理解不定积分的概念及其性质；
2. 熟记并掌握不定积分的基本公式；
3. 熟练掌握换元积分和分部积分积分法；
4. 会求简单有理函数和三角有理式的积分；
5. 理解定积分的概念及性质；
6. 理解积分上限的函数及其求导方法，熟练掌握牛顿（Newton）—莱布尼茨（Leibniz）公式，理解微分与积分的关系；
7. 掌握定积分的换元法和分部积分法；
8. 了解反常积分的概念，会求简单的反常积分；
9. 理解和掌握定积分的微元法，掌握用微元法计算一些几何量（面积、体积、弧长）、物理量（功、引力、水压力）和其他一些简单实际问题的方法。

#### （四）常微分方程

本部分内容主要介绍微分方程的基本概念，介绍几种简单微分方程的解法。采取课堂系统讲授，课后练习并有针对性地组织习题课与课堂讨论，使学员达到：

1. 了解微分方程的定义、解、通解、初始条件和特解等概念；
2. 掌握可分离变量的方程和一阶线性方程的解法；
3. 会解齐次方程和伯努利（Bernoulli）方程与欧拉方程及用变量代换求解简单的一阶方程；
4. 掌握降阶法求方程  $y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x)$  的解的方法；
5. 理解高阶线性微分方程解的结构定理；
6. 掌握二阶常系数齐次线性微分方程的解法，会解高阶常系数齐次线性方程；
7. 会求自由项为  $e^{ax}$ 、 $\sin x$ 、 $\cos x$  的二阶常系数非齐次线性方程的特解；
8. 了解数学建模初步原理，能利用导数的几何、物理意义及微元法建立一些简单问题的微分方程。

#### （五）无穷级数

本部分内容介绍无穷级数的相关概念、理论和基本方法。采取课堂系统讲授，课后练习并有针对性地组织习题课与课堂讨论，使学员达到：

1. 理解无穷级数收敛、发散及其和的概念，了解无穷级数的基本性质及收敛的必要条件；
2. 理解几何级数和  $p$ -级数的敛散性；
3. 熟练掌握正项级数的比较审敛法和比值审敛法；
4. 了解交错级数的莱布尼茨定理；
5. 理解无穷级数的绝对收敛、条件收敛的概念；
6. 理解函数项级数的收敛域及和函数的概念；
7. 熟练掌握幂级数收敛区间的求法，了解幂级数在其收敛区间内的基本性质。掌握求简单幂级数的和函数的方法；
8. 知道函数展开为泰勒级数的充要条件；
9. 掌握  $e^x$ 、 $\sin x$ 、 $\cos x$  和  $\ln(1+x)$  的麦克劳林（Maclaurin）展开式，会利用这些展开式将一些简单函数展开为幂级数；
10. 会用幂级数进行一些近似计算；
11. 了解函数展开为傅里叶（Fourier）级数的狄里克雷（Dirichlet）条件，会将定义在  $(-\pi, \pi)$  上的函数展开为傅里叶级数，会将定义在  $(-\pi, \pi)$  上的函数展开为正弦级数和余弦级数；
12. 说出了解傅氏级数的复数形式。