《数学分析》考试大纲

考试的基本要求:

要求考生比较系统地理解数学分析的基本概念和基本理论，掌握数学分析的基本思想和方法。要求考生具有空间想象能力、逻辑推理能力、运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力。

考试内容和考试要求:

一、极限理论

考试内容

数列极限和函数极限的概念和基本性质 柯西准则 和 语言 基本极限及极限的四则运算 迫敛性定理和单调有界原理 无穷小的性质和应用

考试要求

1．理解和掌握基本概念，如有界、上确界、下确界、收敛、发散、无穷小等，熟悉收敛数列和收敛函数的性质，知道极限在分析类数学中的奠基性作用。

2．熟悉发散数列极限的的各种存在形式，准确理解数列极限和函数极限存在时的几何形状，能够理解和运用余数定理和重因式判定定理。

3. 理解保号性引理，能够运用艾森斯坦(Eisenstein)判别法判定整系数多项式在有理数域上的不可约性。

4．深刻掌握 和 语言。柯西准则

5．理解等价无穷小，并能熟练用于求函数极限

二、连续函数

考试内容

间断点 连续函数的概念和基本性质 利用连续函数的性质求极限 一致连续 介值定理

考试要求

1. 理解函数在一点连续的概念，掌握各类间断点。理解左极限、右极限与极限及间断点的分类与判断的关系。

2．理解连续函数的局部性质，掌握其几何直观和严密叙述转换的技巧。

2. 理解一致连续定理，熟练掌握通过二次极限法证明函数一致连续的方法。

3．熟练使用介值定理和最值定理

三、导数和微分

考试内容

导数和微分地的定义 微分的几何意义 微分的物理意义 高阶导数 可微与连续的关系导数和微分的四则运算 初等函数导数的计算 复合函数的求导

考试要求

1. 理解在某一点左可导、又可导及可导的准确定义，理解可导的充要条件。

2. 理解微分为曲线的局部直线近似的几何意义，掌握利用导数判断函数图像形状的方法。

3. 理解可微函数连续的几何解释和掌握基于无穷小分析得证明。

4. 掌握导数和微分的四则运算和初等函数导数的计算。

5. 掌握复合函数的求导。

6. 掌握微分形式不变性。

四、微分中值定理及其应用

考试内容

三个中值定理 洛比达法则 泰勒公式 函数的几何形状(单调、极值、凹凸性)

考试要求

1. 利用罗尔中值定理和拉格朗日中值定理证明函数在某一点满足一代数方程。

2. 熟练掌握洛比达法则，并清楚洛比达法则的适用范围。

3. 熟练掌握两类泰勒公式的计算和处理公式中的高阶无穷小量。

4. 理解一、二阶泰勒公式决定了函数曲线的基本性质，掌握用一阶导数和二阶导数判断单调、极值和凹凸性。

五、实数的完备性

考试内容

单调有界原理 聚点定理 有限覆盖定理 区间套定理 有界闭区间上连续函数

考试要求

1. 理解六大原理并掌握相互等价的证明。

2．掌握用有限覆盖定理和区间套定理处理有界闭区间上的连续函数的性质。

六、一元积分学

考试内容

定积分的定义和几何意义 不定积分和定积分的计算 微积分基本定理 变限积分 定积分思想的应用 计算各类积分 广义积分

考试要求

1.理解并掌握定积分的思想：分割、近似求和、取极限，进而会利用定义解决问题，可积的必要条件及上和、下和的性质。

2.积分与微分的互逆关系，原函数与不定积分的关系及其几何意义。

3.熟练运用基本积分表中的公式，换元法、分部积分法并能解决求积问题，特殊类型的初等函数的积分，如有理函数的积分、三角函数有理式的积分及某些无理函数的积分。

4.理解掌握微积分学基本定理，熟练应用牛顿－莱布尼茨公式，变动上限积分，会对变动上限积分求导。

5.理解反常积分的概念，掌握无穷积分与无界函数的反常积分的收敛判断和计算方法

七、数项级数和函数项级数

考试内容

数项级数的收敛性与发散性 绝对收敛 条件收敛 函数项级数的收敛性与发散性 级数收敛与发散的判断准则 一致收敛与交换极限

考试要求

1.掌握数项级数和函数项级数的收敛与发散性概念，掌握用极限理论分析级数。

2.理解数项级数收敛的必要条件，掌握莱布里兹尼法则判断交错级数的收敛性。

3.理解绝对收敛与条件收敛的区别，并掌握对绝对收敛级数的并、拆项操作。

4.掌握函数项级数的 M-判别法、比值判别法和根值判别法。

5.掌握阿贝尔判别法和狄利克雷判别法。

6.掌握一致收敛的基本证明方法。

7.理解一致收敛在函数项级数继承通项性质(连续、可微、可积)中的作用。

八、幂级数和傅立叶级数

考试内容

收敛半径 阿贝尔定理 幂级数展开 傅立叶级数

考试要求

1.掌握求幂级数收敛半径、收敛区间。

2.掌握求函数的幂级数展开的技巧。

3.掌握求幂级数的和函数的技巧以及用来求数项级数的和。

4.掌握傅立叶级数、正弦级数和余弦级数。

九、多元函数微分学

考试内容

多元函数的极限 二元连续函数 偏导数、可微和高阶偏导数泰勒公式 拉格朗日乘子法 隐函数定理

考试要求

1.掌握二元函数极限、偏导数、方向导数的求法以及检验极限不存在的方法。

2.理解偏导数和可微的几何意义及其与函数连续偏导数连续之间的关系，并会求出曲面的法线和切平面。

3.掌握求较复杂函数的二阶偏导数的方法，尤其是熟练掌握链法则。

4.理解二阶泰勒公式并进而理解极值定理，掌握拉格朗日乘子法。

5.理解隐函数定理，并掌握计算隐函数或参数表示的函数的二阶偏导数。

十、重积分

考试内容

重积分的定义及几何意义 变量代换 极坐标、球面坐标和柱面坐标

考试要求

1.掌握重积分的定义几何意义并利用对称性化简。

2.理解并掌握化重积分为累次积分的计算技巧。。

3.理解变量代换的几何意义并掌握积累最重要的技巧。

4.熟练掌握利用极坐标、球面坐标和柱面坐标计算重积分。

十一、曲线积分和曲面积分

考试内容

第一、二型曲线积分 第一、二型曲面积分 格林公式 奥-高公式

考试要求

1.理解第一、二类曲线积分和曲面积分的几何和物理意义。

2.理解并掌握格林公式，利用此公式熟练转化曲线积分与重积分的计算，并且深刻理解积分与路径无

关与微分方程和场论的联系。

3.掌握奥-高公式并能在空中曲线积分、曲面积分和三重积分之间熟练转换。

4.了解场论中的格林公式的证明。

十二、含参变量积分

考试内容

含参变量积分的定义 含参变量积分与函数项级数的关系 广义含参变量积分的一致收敛与交换极限

考试要求

1.掌握用函数项级数处理含参变量积分的方法。

2.理解广义含参变量积分的一致收敛性，及积分号内外求极限(导数、积分)。

3.熟练掌握一致收敛的证明方法，尤其是二次极限的方法。

主要参考书目:

《数学分析》，华东师范大学数学系 编， 2004 年 12 月第 3 版，高等教育出版社出版