

量子力学样题

一、概念解释部分。本部分共计 20 分，包括几个量子力学中的基本概念，每题 3 分。请分别简单地解释。

- 1、几率波 2、定态波函数 3、力学量的完全集 4、电子的自旋 5、简单塞曼效应和反常塞曼效应 6、简并度 7、测不准关系

二、证明部分。本部分共计 40 分，包括三个需要证明的命题，每题 10 分。请根据量子力学的基本原理分别证明以下命题。

1. 设在波函数 $\varphi(x, t)$ 所描写的态中，力学量 A 的平均值为：

$$\bar{A} = \int \varphi^*(x, t) \hat{A} \varphi(x, t) dx, \text{ 证明: 力学量 } \hat{A} \text{ 的平均值 } \bar{A} \text{ 随时间的变化为:}$$

$$\frac{d}{dt} \bar{A} = \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} + \frac{1}{i\hbar} [\bar{A}, \bar{H}]$$

2. 证明：厄密算符的本征值是实数，并且厄密算符的属于不同本征值的本征函数相互正交。
3. 一维运动的束缚定态都是不简并的，它的波函数可以取为实数。
4. 粒子处于下列外场中，指出那些力学量（动量，能量，角动量，宇称等，或它们的组合）是守恒量
- (1) 由粒子（无相互作用，也不受外力）
 - (2) 无限，均匀柱对称场
 - (3) 无限均匀平面场
 - (4) 中心力场
 - (5) 均匀交变场
 - (6) 椭球场

三、计算部分。本部分共计 40 分，包括三个小题，分值在题尾标出。请根据量子力学的基本原理和技巧，分别计算。

1. 一粒子在硬壁球形空腔中运动，势能为

$$U(r) = \begin{cases} \infty, & r \geq a; \\ 0, & r < a. \end{cases}$$

求粒子的能级和定态波函数。（10 分）

2. 求 $\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 及 $\hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ 的本征值和所属的本征函数（10 分）

3. 求动量表象中线性谐振子的能量本征函数（10 分）。

4、粒子在一维无限深势阱

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0, \\ 0, & 0 \leq x \leq a, \\ \infty, & x > a \end{cases}$$

中运动，求粒子的能级 E_n 和对应的波函数 φ_n (10 分)

5、注：周世勋《量子力学》第三，四，五，七章的例题应重视。