兰州大学2004年招收攻读硕士学位研究生考试试题

注意：答案请一律写在答题纸上，写在试题上无效。

招生专业：物理类各专业　　　　考试科目：高等数学（物理类）

一、填空题（本题共6小题，每小题4分，满分24分）

(1) 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x(1-\cos\sqrt{x})}}=$ ______.

(2) 设函数 $u=f(x,y,z)=\sqrt{|xyz|}$，则 $f'_x(0,0,0)=$ ______.

(3) 设 c 是平面曲线 $|x|+|y|=1$，则 $\frac{1}{2}\oint_{c^+}xdy-ydx=$ ______.

(4) 幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n(2^n+5^n)}x^n$ 的收敛域为 ______.

(5) 微分方程 $y''+4y=ax$（a为常数）的通解为 ______.

(6) 设总体X的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{6x(\theta-x)}{\theta^3}, & 当\ 0<x<\theta\\ 0, & 其它\end{cases}$

若 $X_1,X_2,\cdots X_n$ 是总体X的简单子样，则 θ 的矩估计 $\hat{\theta}=$ ______

二、单项选择题（本题共6小题，每小题4分，满分24分）

(1) 设 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有定义，$f(x)$ 为连续函数，$g(x)$ 有一个间断点，则有（　）.

(A). $g(f(x))$ 只有一个间断点；(B). $g(f(x))$ 至多有有限个间断点；

(C). $g(f(x))$ 没有间断点；　(D). $f(g(x))$ 有一个间断点.

(2) 设函数 $z=f(x,y)$，$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=2$，$f(0,y)=2$，$f'_x(0,y)=y$，则 $f(x,y)$ 为（　）

(A) $2+xy+y^2$；(B) $2-xy+y^2$；(C). $2+xy+x^2$；(D). $2-xy+x^2$.

(3). 设有空间区域 $\Omega_1: x^2+y^2+z^2\le R^2,\ z\ge 0$；和 $\Omega_2: x^2+y^2+z^2\le R^2,$ $x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0$；则下式中成立的是（　）.

(A). $\iiint\limits_{\Omega_1}xdv=4\iiint\limits_{\Omega_2}xdv$；　(B). $\iiint\limits_{\Omega_1}ydv=4\iiint\limits_{\Omega_2}ydv$；

(C) $\iiint\limits_{\Omega_1}zdv=4\iiint\limits_{\Omega_2}zdv$；　(D). $\iiint\limits_{\Omega_1}xyzdv=4\iiint\limits_{\Omega_2}xyzdv$.

(4). 已知 $0<P(B)<1$，且 $P[(A_1+A_2)|B]=P(A_1|B)+P(A_2|B)$，则下式中成立的是（　）.

(A). $P[(A_1+A_2)|\bar{B}]=P(A_1|\bar{B})+P(A_2|\bar{B})$；(B). $P(A_1B+A_2B)=P(A_1B)+P(A_2B)$；

(C). $P(A_1+A_2)=P(A_1)+P(A_2)$；　(D). $P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)$；

(5). 设A、B、C均为n阶方阵，E为n阶单位矩阵（$n\ge 1$），且有 $ABC=E$，则下式中成立的是（　）.

(A). $BAC=E$，(B). $CAB=E$，(C). $ACB=E$，(D). $CBA=E$.

兰州大学2004年招收攻读硕士学位研究生考试试题

注意：答案请一律写在答题纸上，写在试题上无效。

招生专业：物理类各专业　　　　考试科目：高等数学(物理类)

(6) 设n个随机变量 $X_1, X_2, \cdots X_n$ 相互独立同分布，$D(X_1)=\sigma^2$，$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$S^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，则有(　　)。

(A). S是σ^2的无偏估计量；　(B). S是σ的最大似然估计量；

(C). S是σ的一致估计量；　(D). S^2与$\overline{X}$相互独立。

三(10分)、计算极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\left(1+\frac{2\sin x}{n}\right)^n dx$。

四(8分)、设函数 $u=x^y+y^x$，求全微分 du。

五(12分)、求球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 上任一点处的切平面在各坐标轴上截距的倒数的平方和。

六(12分)、计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} x^3dydz+y^3dzdx+z^3dxdy$，其中曲面 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$ 的内侧。

七(12分)求微分方程 $yy''=(y')^2+y^2\ln y$ 的通解。

八(12分)、设$f(x)$在$[a,b]$上连续，在(a,b)内可导，且$f(a)=f(b)=0$，试证明：在(a,b)内必有$f(x)+f'(x)$的一个零点。

九(12分)、已知线性方程组
$$\begin{cases}(a+1)x_1+x_2+x_3=a^2+3a\\ x_1+(a+1)x_2+x_3=a^3+3a^2+a+3\\ x_1+x_2+(a+1)x_3=a^2+3a\end{cases}$$
试问a为何值时该方程组有唯一解、有无穷多解、无解，并求出其唯一解和一般解。

十(12分)、设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&2&2\\0&2&a\\2&2&1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&-1&0\\0&0&b\end{pmatrix}$，

(1)问a, b为何值时A相似于B，(2)求可逆矩阵P，使$P^{-1}AP=B$。

十一(12分)若Y服从$[0,6]$上的均匀分布，令 $X_K=\begin{cases}1, & 当Y>K\\ 0, & 当Y\leq K\end{cases}$，$K=1,2$

求X_1, X_2的联合分布及$E(X_1+X_2)$，$D(X_1+X_2)$。