陕西师范大学

2004年攻读硕士研究生学位研究生入学考试专业课试题

专业名称：自然地理学、人文地理学、地图学与地理信息系统、第四纪地质学、环境科学、水土保持与荒漠化防治

考试科目名称：高等数学　　　　科目代码：343

注意事项：

1. **请将答案直接做到答题纸上，做在试题纸上无效。**
2. **除答题纸上规定的位置外，不得在卷面上出现姓名、准考证号或其它标志，否则按违纪处**
3. **本试题共 2 页，满分 150 分，考试时间 180 分钟.**

一、计算下列极限（30 分）

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sin(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}$

2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\int_1^x \sin \pi t^2 dt}{\cos\dfrac{\pi x}{2}}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{k}{n}e^{\frac{k}{n}}$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{\dfrac{2x^2+4x+3}{8x^2-7x-1}}+\dfrac{\arcsin x+1}{x}\right)$

5. $\lim\limits_{x\to a}\lim\limits_{n\to\infty}(1+x+x^2+\cdots+x^n),(|a|\langle 1)$

二、计算下列导数（30 分）

1. $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=1}$，其中 $y=\sin t+2t^3-4t^2+t-1, x=1+2t$

2. $f''(0)$，其中，$f'(x)=\begin{cases}x^3\sin\dfrac{1}{x}, x\neq 0\\ 0, x=0\end{cases}$

3. $\dfrac{d^2}{dx^2}(\int_0^x(\dfrac{1}{2004}x^{2003}+t^2+2t^3)dt)$

4. $\dfrac{dy}{dx}$，其中 $x^3y+8x^6y^2=2003$

5. $\left.\left(\dfrac{d^n}{dx^n}x^2\sin x\right)\right|_{x=0}$

三、计算下列积分（30 分）

1. $\int_0^2 |(x-1)(x-2)|dx$

2. $\int_0^1 (x-\frac{1}{3!}x^3+\frac{1}{5!}x^5+\cdots+(-1)^n\frac{1}{(2n+1)!}x^{2n+1}+\cdots)dx$

3. $\int e^x(x^2+x+1)dx$

4. $\iint_D \cos(x^2+y^2)dxdy, D=\{(x,y):x^2+y^2\le 4\}$

5. $\int_0^1\int_0^1\int_0^1 e^{x^2+y^2+z^2}xyzdxdydz$

四、解答下列各题（30 分）

1. 设$f'(x)=(2004x^{2003}+2003x^{2002}+\cdots+2x+1), f(0)=0$,求$f(1)$

2. 求函数$f(x)=\cos(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^x})+\sqrt{2-x}$的定义域

3. 求函数$f(x)=x^3-6x^2+9x-3$的极值。

五、证明下列命题（30 分）

1. 设函数$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$有连续的导数，证明：在它的任一闭区间$[a,b]$上连续。

2. 设函数 $f(x)$ 在（$-\infty,+\infty$）上有连续的二阶倒数且 $f''(x)\ge 0$，证明：对任意两点$x,y\in(-\infty,+\infty)$都有$f(x)\ge f(y)+f'(y)(x-y)$

3. 设函数$f(x,y)$在整个平面上连续且 $\lim\limits_{x^2+y^2\to\infty} f(x,y)=0$,证明：$f(x,y)$在整个平面上有界。