

## 陕西师范大学

## 2005 年攻读硕士学位研究生入学考试专业课试题

专业名称: 光 学

考试科目: 量子力学 科目代码: 418

注意事项:

- 1、请将答案直接做到答题纸上, 做在试题纸上无效。
- 2、除答题纸上规定的位置外, 不得在卷面上出现姓名、准考证号或其他标志, 否则按
- 3、本试题共 3 页, 满分 150 分, 考试时间 180 分钟。

## 一. 填空题 (本题 10 道题, 每小题 2 分, 共 20 分)

1. 爱因斯坦提出光量子理论成功解释了光电效应现象, 光量子理论的核

2. 德布罗意提出了物质波假说。按这个假说, 粒子的能量  $E$ , 动量  $\vec{P}$  与波的波长  $\lambda$  之间的关系为\_\_\_\_\_。

3. 微观粒子的状态用波函数描写。若  $\Psi(x, y, z, t)$  与  $\Phi(x, y, z, t)$  描写同一状态, 数的差别是\_\_\_\_\_。

4. 若微观体系的哈密顿算符  $\hat{H}$  不显含时间, 则体系的薛定

$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \psi + U(\vec{r})\psi$  的一般解是  $\psi(\vec{r}, t) =$ \_\_\_\_\_。

5. 动量算符  $\hat{P} = -i\hbar \nabla$ , 其本征函数有两种归一化方式, 当本征值取连续谱时, 的形式为\_\_\_\_\_。

6. 氢原子处于状态  $\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi)$  时, 则在半径  $\vec{r}$  到  $\vec{r} + d\vec{r}$  的球壳内找到电

$w_{nl}(\vec{r})dr =$ \_\_\_\_\_。

7. 任意态  $\psi(x) = \sum_n c_n \Phi_n(x)$ , 其中  $\Phi_n(x)$  是力学量  $\hat{F}$  的正交归一的本征函数。

归一化, 则系数  $c_n$  应满足  $\sum_n |c_n|^2 =$ \_\_\_\_\_。

$$[\hat{F}, \hat{G}] = \underline{\hspace{2cm}}。$$

9. 在非简并定态微扰理论中,  $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}'$  该微扰理论运用的条件具体表  
 $\underline{\hspace{2cm}}。$

10. 在量子力学中, 自旋算符常用泡利算符  $\hat{\sigma}$  表示,  $\hat{\sigma}$  满足的对易关系是:  $\underline{\hspace{2cm}}$

二. 简要回答下列为题。本题两道小题, 每小题 10 分, 共 20 分。

1. 量子力学中, 力学量为什么要用算符表示? 力学量算符与其所表示的力学量有什么关系?
2. 试用测不准原理解释隧道效应。

三. 证明题。本题两道小题, 每小题 10 分, 共 20 分。

1. 若算符  $\hat{F}$  和  $\hat{G}$  对易, 则  $\hat{F}$  和  $\hat{G}$  有组成完全系的本征函数系。
2. 电荷为  $e$  的线性谐振子受到恒定电场  $\mathcal{E}$  的作用, 电场沿  $x$  轴正方向。试证  
 无电场时相比, 线性谐振子的相应能级降低了  $\frac{e^2 \mathcal{E}^2}{2\mu\omega^2}$ , 而平衡点右移  $\frac{e\mathcal{E}}{\mu\omega}$

四. 计算题。共 7 题, 1——5 每小题 10 分, 6、7 两题每小题 20 分, 共 90 分

1. 在一维无限深势阱中运动的粒子, 阱宽为  $2a$ , 粒子处于哈密顿算符  $\hat{H}$  的本征态。求: 距离阱的左内壁距离为  $\frac{1}{2}a$  处粒子出现的几率是多少?  $n$  为何值在此处粒子出现的几率最大?

2. 氢原子处于基态  $\psi_{100}(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}}$ , 求该态时体系势能  $-\frac{e^2}{r}$  的平均值并与玻尔氢原子理论中第一玻尔轨道电子的势能比较。

3. 设体系处于  $\psi = c_1 y_{11} + c_2 y_{10}$  态中, 其中  $c_1, c_2$  是展开式系数。  $y_{lm}(\theta, \varphi)$  是球谐函数。求: (1) 力学量  $\hat{L}_z$  的可能值和平均值。(2) 力学量  $\hat{L}^2$  的本征值。

4. 求动量表象中角动量的  $\hat{L}_z$  的矩阵元。

5. 量子体系的哈密顿在能量表象中为  $H = \begin{bmatrix} E_1^{(0)} + a & b \\ b & E_2^{(0)} + a \end{bmatrix}$  其中,  $a, b$  为实数。

$E_1^{(0)}, E_2^{(0)}$  为体系未受微扰时的能量。求: (1) 体系的能量到二级修正。

解能量精确解并与 (1) 的比较。

6. 设氢原子的状态是  $\psi = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} R_{21}(r) y_{11}(\theta, \varphi) \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} R_{21}(r) y_{10}(\theta, \varphi) \end{bmatrix}$

$\uparrow$   
 $L_z =$

(1) 求轨道角动量  $\hat{L}_z$  的平均值和自旋角动量  $Z$  分量  $\hat{S}_z$  的平均值

(2) 求总磁矩  $\hat{M} = -\frac{e}{2\mu} \hat{L} - \frac{e}{\mu} \hat{S}$  的  $z$  分量的平均值。(用波尔磁子

7. 一维无限深势阱中有四个电子 (阱宽为  $0 < x < a$ ), 假定电子间无相互作用的哈密顿与自旋无关。试求:

(1) 基态时体系的波函数和能级。

(2) 第一激发态时体系的波函数和能级。