# 西北大学 2005 年招收攻读硕士学位研究生试题

科目名称: 数学乙　　　　科目代码: 332

适用专业: 全校各专业　　　　共 3 页

**(答案请答在答题纸上，答在本试题上的答案一律无效)**

## 一. 单项选择题 (每小题 4 分)

1. 当 $x \to 0$ 时， $\sin 2x - 2\sin x$ 与 $x^k$ 是同阶无穷小，则 $k =$

   (A) 4　(B) 3　(C) 2　(D) 1

2. 设函数 $f(x) = \dfrac{1/x}{a + e^{b/x}}$ 在 $(-\infty, 0)$ 连续，且 $\lim\limits_{x \to 0-} f(x) = 0$，则常数 $a, b$ 应满足

   (A) $a < 0,\ b < 0$　(B) $a > 0, b > 0$　(C) $a \leq 0, b > 0$　(D) $a \geq 0, b < 0$

3. 设 $\alpha, \beta, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ 都是 4 维列向量，已知 $|\mathbf{A}| = |\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3| = 5$, $|\mathbf{B}| = |\beta, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3| = -1$，则 $|\mathbf{A} + \mathbf{B}|$ 的值为

   (A) 4　(B) 6　(C) 32　(D) 48

4. 若对函数 $y = f(x)$，有 $f'(x_0) = 3$，则当 $\Delta x \to 0$ 时，该函数在 $x_0$ 处的微分 $dy$ 是

   (A) 与 $\Delta x$ 等价的无穷小　(B) 与 $\Delta x$ 同阶的无穷小，但不等价.

   (C) 比 $\Delta x$ 高价的无穷小　(D) 比 $\Delta x$ 低价的无穷小

5. $\lambda = 2$ 是可逆矩阵 $A$ 的一个特征值，则 $\left(\dfrac{1}{3}A^2\right)^{-1}$ 有一个特征值是

   (A) $\dfrac{4}{3}$　(B) $\dfrac{3}{4}$　(C) $\dfrac{1}{2}$　(D) $\dfrac{1}{4}$

6. 二阶微分方程 $y'' - y' = 3x^2$ 的特解形式是

   (A) $y^* = ax^2 + bx + c$　(B) $y^* = x(ax + b)$

   (C) $y^* = x(ax^2 + bx + c) + 2$　(D) $y^* = x^2(ax^2 + bx + c)$

## 二. 填空 (每小题 4 分)

1. 设 $f'(0) = 2$，则 $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(5h) - f(-3h)}{h} =$ __10__.

2. 设 $\lim\limits_{x \to \infty} \left( \dfrac{x^2 + 1}{x + 1} - ax - b \right) = 1$，则 $a =$ __1__, $b =$ __-2__.

3. 设 $f(x)$ 连续, $\int_0^x f(t)\,dt = -\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos x$. 则 $f(\frac{\pi}{4}) =$ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

4. 设 $f(x) = \begin{cases} x & x>0 \\ 1+x & x \le 0 \end{cases}$ , $g(x) = \begin{cases} -x^2 & x>0 \\ x & x \le 0 \end{cases}$ , 则 $g[f(x)] =$ $\begin{cases} -x^2 & x>0 \\ \cancel{x \quad -1<x\le 0} \\ x & x \le -1 \end{cases}$ $x > -1$.

5. 设 $n$ 阶矩阵 $A$ 的各行元素之和均为零, 且 $A$ 的秩为 $n-1$, 则线性方程组 $AX=0$ 的通解为 $X = C$. $(C \neq 0)$

6. 设 $|A| = a$ 而 $A^*$ 是 $A$ 的伴随矩阵, 则 $|A^*| =$ $a^{n-1}$ $n$为阶数

## 三. 计算 ( 每题各 10 分)

1. 计算: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{\sin x + \cos x} dx.$

2. 计算: $\lim_{x\to 0} \left( \frac{3-e^x}{x+2} \right)^{1/\sin x}.$

3. 将直角坐标系下的累次积分化为极坐标下的先对 $\rho$ 积分的累次积分

$$\int_0^1 dy \int_{-y}^{\sqrt{y}} f(x,y) dx.$$

4. 求园 $\rho = \sqrt{2}\sin\theta$ 与双钮线 $\rho^2 = \cos 2\theta$ 所围成的平面图形的面积.

5. 已知 $x+y-z=e^z$, $xe^x = \tan t$, $y = \cos t$. 求 $\left.\frac{dz}{dt}\right|_{t=0}$.

6. 计算 $\iint\limits_D |y-x^2| dxdy, \qquad D:\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 2$

7. 已知两个线性方程组

$$(1).\begin{cases} x_1 + x_2 &= 0 \\ x_2 - x_4 &= 0 \end{cases}, \qquad (2).\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 &= 0 \\ x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \end{cases}$$

求出它们的公共解.

8. 设 $f(x)=ax^2-6ax+b$ 在区间 $[-1,4]$ 的最大值为 3, 最小值为 -29, 且 $a>0$, 求 $a,b$

四. **证明题 (第 1 题 12 分, 第 2 题 10 分)**

1. 证明: 当 $0<x<\frac{\pi}{2}$ 时, $\sin x+\tan x>2x$.

2. 已知 $A$ 是 $n$ 阶矩阵, 齐次方程组 $AX=0$ 的基础解系是 $\eta_1,\eta_2\cdots,\eta_t$, 若存在 $\xi_i$, 使得 $\mathbf{A}\xi_i=\eta_i$, $i=1,2,\cdots,t$.
   证明: $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_t,\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_t$ 线性无关.