

西北工业大学
2004 年硕士研究生入学考试试题

试题名称: 计算方法

试题编号: 415

说明: 所有答题一律写在答题纸上

第 1 页 共 2 页

- 1 (15 分) 用最小二乘法确定 $y = a\frac{1}{x} + be^x$ 中的参数 a 和 b , 使该函数曲线拟合于下列数据 $(1, 2.5), (2, 3.4), (3, 4.1), (4, 4.4)$ 。(计算结果保留小数点后 4 位小数)

- 2 (22 分) ①用雅可比迭代法求解方程组

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

是否对任意初始向量 $x^{(0)}$ 都收敛? 为什么? 如果收敛, 则取 $x^{(0)} = (0, 0, 0)^T$, 求近似解向量 $x^{(k+1)}$, 使 $\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\|_{\infty} \leq 10^{-6}$ 。

②用矩阵的 Doolittle (LU) 分解求解上述线性方程组

- 3 (15 分) 用插值法求三次多项式 $P(x)$, 使 $P(x)$ 与 $\cos x$ 在 $x=0$ 时相切, 与 $\sin x$ 在 $x=\frac{\pi}{2}$ 时相切。

- 4 (15 分) 已知 $x_0 = \frac{1}{4}$, $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = \frac{3}{4}$ 。

① 建立求 $\int_0^1 f(x)dx$ 的以上述三点为求积节点的插值型求积公式;

② 指出该求积公式的代数精确度。

- 5 (15 分) 曲线 $y = x^3 - 2.4x^2 - 0.51x + 3.89$ 与直线 $y=1$ 在点 $(1.6, 1)$ 附近相切于 $(\bar{x}, 1)$, 试用牛顿迭代法求 \bar{x} 的近似值 x_{n+1} , 使 $|x_{n+1} - x_n| \leq 10^{-4}$ 。

- 6 (15 分) 试证数值求积公式

$$\int_0^1 f(x)dx \approx \frac{1}{4}f(0) + \frac{3}{4}f\left(\frac{2}{3}\right)$$

有如下截断误差估计式

$$|R[f]| \leq \frac{4}{81} \max_{0 \leq x \leq 1} |f'(x)|$$

西北工业大学
2004 年硕士研究生入学考试试题

试题名称：计算方法

试题编号：415

说明：所有答题一律写在答题纸上

第 2 页 共 2 页

- 7 (15 分) 确定正实数 r 以及反射矩阵 H 使得有 $Hx = ry$ 成立, 其中 $x = (1, 0, 2, 2)^T$.

$$y = (0, 0, 1, 0)^T$$

- 8 (23 分) ①试写出求解微分方程初值问题

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

的欧拉预估-校正公式, 并证明该格式是二阶方法;

②用欧拉预-校方法求解如下初值问题

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x + y^2 & 0 < x \leq 0.2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

要求取步长 $h = 0.1$, 小数点后至少得保留 4 位。

- 9 (15 分) 设 $f(x)$ 二阶连续可导, $\varphi(x) = x - c_1(x)f(x) - c_2(x)f^2(x)$ 。试确定 $c_1(x)$ 和

$c_2(x)$, 使求方程 $f(x) = 0$ 的根的迭代法

$$x_{k+1} = \varphi(x_k) \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

至少三阶收敛。