

西北工业大学

2008 年博士研究生第二次招生考试试题

试题名称: 线性系统理论

共 2 页 第 1 页

一、计算题 (15 分)

给定一个连续时间线性时不变系统, 已知状态转移矩阵 $\Phi(t)$ 为

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(e^{-t} + e^{3t}) & \frac{1}{4}(-e^{-t} + e^{3t}) \\ (-e^{-t} + e^{3t}) & \frac{1}{2}(e^{-t} + e^{3t}) \end{bmatrix}$$

试据此定出系统矩阵 A 。

二、证明题 (15 分)

考虑如下形式的单变量线性定常系统

$$\dot{x} = Ax + bu \quad x(0) = x_0$$

$$y = cx$$

设 $u \equiv 0$, P 满足如下的李亚普诺夫方程:

$$PA + A^T P = -c^T c$$

且 P 为正定矩阵。证明:

$$\int_0^\infty y^2(t) dt = x_0^T P x_0$$

三、计算题 (20 分)

已知系统状态空间描述如下所示,

$$\dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 1 & & \\ & \lambda_1 & 1 & \\ & & \lambda_1 & 0 \\ & & & \lambda_2 & 1 \\ & & & & \lambda_2 \end{bmatrix} \hat{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad y = [0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1] \hat{x}$$

请分别写出系统的能控子系统, 能观测子系统以及能控且能观测子系统。

西北工业大学

2008 年博士研究生第二次招生考试试题

试题名称: 线性系统理论

共 2 页 第 2 页

四、计算题 (15 分)

已知两输入两输出系统的传递函数为:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(s+2)^2(s+5)} & \frac{1}{s+4} \\ \frac{1}{s+2} & \frac{3}{s+4} \end{bmatrix}$$

试求其最小实现。

五、计算题 (15 分)

给定离散时间线性时不变系统为

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1-e^{-T} \\ 0 & e^{-T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e^{-T} + T - 1 \\ 1 - e^{-T} \end{bmatrix} u(k)$$

其中 $T \neq 0$, 系统能在几步内将任意状态 $x(0) = x_0$ 转移到状态空间原点, 并写出控制序列。

六、计算题 (20 分)

设系统的状态方程为

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 7 & 6 & 4 & 3 \\ 8 & 7 & 5 & 9 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} u(t)$$

(1) 闭环系统的希望极点 $-1, -2, -1 \pm j$ 。求状态反馈矩阵 K 。(2) 若 $y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(t)$, 给出系统的降维观测器。