

西北工业大学

2008 年博士研究生第二次招生考试试题

试题名称: 数理统计

共 2 页 第 1 页

1. 设 X_1, X_2, \dots, X_6 为来自总体 X 的一组样本, $X \sim N(0,1)$, 求 C_1, C_2 使得

$$Y = C_1(X_1 + X_2)^2 + C_2(X_3 + X_4 + X_5 + X_6)^2$$

服从 χ^2 分布。(20 分)2. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 独立同分布, 密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \exp(-(x-\mu)/\sigma) & x \geq \mu \\ 0 & x < \mu \end{cases}$$

(1) 求 μ 和 σ^2 的最大似然估计(2) 对 $t > \mu$ 求 $P_\theta(X_1 \geq t)$ 的最大似然估计。(20 分)3. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 独立同分布, 密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

(1) 求 $X_{(1)} = \min\{X_i\}$ 的分布函数和密度函数(2) 求 $X_{(n)} = \max\{X_i\}$ 的分布函数和密度函数 (20 分)

4. 设总体 X 的一组样本值为: 102, 86, 98, 109, 92; 设总体 Y 的一组样本值为: 81, 105, 97, 124, 92, 87, 114。 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $Y \sim (\mu_2, \sigma_2^2)$, X 与 Y 相互独立, 在 $\alpha = 0.01$ 的水平下, 检验 $H_0: \mu_1 = \mu_2$ 。 ($F_{0.995}(6,4) = 22$, $F_{0.995}(4,6) = 12$, $t_{0.995}(10) = 3.1698$)。 (20 分)

西北工业大学
2008 年博士研究生第二次招生考试试题

试题名称: 数理统计

共 2 页 第 1 页

5. 回归模型为:

$$Y_1 = a + \varepsilon_1$$

$$Y_2 = 2a - b + \varepsilon_2$$

$$Y_3 = a + 2b + \varepsilon_3$$

$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ 相互独立。导出 a, b 的最小二乘估计, 求证 \hat{a}, \hat{b} 服从正态分布, 求 $E\hat{a}, D\hat{a}, E\hat{b}, D\hat{b}$. (20 分)