

昆明理工大学 2008 年硕士研究生招生入学考试试题(A 卷)

考试科目代码: 611

考试科目名称: 数学分析

试题适用招生专业: 计算数学、应用数学

考生答题须知

1. 所有题目(包括填空、选择、图表等类型题目)答题答案必须做在考点发给的答题纸上,做在本试题册上无效。请考生务必在答题纸上写清题号。
2. 评卷时不评阅本试题册,答题如有做在本试题册上而影响成绩的,后果由考生自己负责。
3. 答题时一律使用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答(画图可用铅笔),用其它笔答题不给分。
4. 答题时不准使用涂改液等具有明显标记的涂改用品。

1. 设 $f(x)$ 是在 $x = x_0$ 的左邻域内有定义的单增函数,试用上确界的定义证明: $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处的左极限存在。(12 分)

2. 设 $f(x)$ 、 $g(x)$ 在 $[a, b]$ 上二阶可导, $f(a) = f(b) = g(a) = g(b) = 0$, 且 $g''(x) \neq 0$, 试证: 必存在 $\xi \in (a, b)$ 使

$$\frac{f(\xi)}{g(\xi)} = \frac{f''(\xi)}{g''(\xi)} \quad (16 \text{ 分})$$

3. 试证: $\frac{\sin x_1}{\sin x_2} > \frac{x_1}{x_2}$, 其中 $0 < x_1 < x_2 < \pi$ 。(12 分)

4. 设 $f(x)$ 是 $[a, b]$ 上恒正的连续函数,

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt + \int_b^x \frac{dt}{f(t)}$$

试证: $F(x)$ 在 (a, b) 内有且仅有一个零点。(12 分)

5. 设 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 及 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 均收敛, 且 $a_n \leq c_n \leq b_n$, 试证: $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ 也收敛。(12 分)

6. 设 $S_n(x) = \frac{x^n}{1+x^n}$, 试分别讨论一致收敛性:

$$(1) 0 \leq x \leq 1 - \varepsilon; \quad (2) 1 - \varepsilon < x < 1 + \varepsilon; \quad (3) 1 - \varepsilon \leq x < +\infty,$$

其中 $\varepsilon > 0$ 。(18 分)

7. 求 $x + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{4n^2 - 1} x^{2n+1}$ 的收敛区间及和函数。(16 分)

昆明理工大学 2008 年硕士研究生招生入学考试试题

8. 试证: 曲面 $F(\frac{x-a}{z-c}, \frac{y-b}{z-c}) = 0$ 上任何点处的切平面都过一定点, 其中 $F(u, v)$ 可微。

(12 分)

9. 计算 $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} \frac{\sin y}{y} dy$ 。(12 分)

10. 试证: $\frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$ 在右半平面 $x > 0$ 内是某函数 $u(x, y)$ 的全微分, 并求 $u(x, y)$ 。

(12 分)

11. 计算 $\iint_{\Sigma} x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy$, 其中 Σ 为 $x^2 + y^2 = z^2$ 介于平面 $z = 0$ 与 $z = h$ ($h > 0$) 之间的部分取下侧。(16 分)