昆明理工大学2009年硕士研究生招生入学考试试题(A卷)

考试科目代码：360

考试科目名称 ：高等数学

试题适用招生专业 ：计算机软件与理论,环境科学

考生答题须知

1. 所有题目（包括填空、选择、图表等类型题目）答题答案必须做在考点发给的答题纸上，做在本试题册上无效。请考生务必在答题纸上写清题号。
2. 评卷时不评阅本试题册，答题如有做在本试题册上而影响成绩的，后果由考生自己负责。
3. 答题时一律使用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答（画图可用铅笔），用其它笔答题不给分。
4. 答题时不准使用涂改液等具有明显标记的涂改用品。

一、填空题(1~12 小题，每题 4 分,共 48 分)

(1) 已知函数 $y = x^a + a^x + x^x$,则 $y' =$____________________.

(2) 函数 $f(x)=\begin{cases} x^2\sin\dfrac{1}{x}, x>0 \\ ax^2+b, x\le 0 \end{cases}$ 在, $(-\infty,+\infty)$ 连续、可导,则 $a=$______, $b=$______.

(3) 定积分 $\int_0^{\pi}\sqrt{\sin x-\sin^3 x}dx=$____________________.

(4) $\dfrac{d}{dx}(\int_0^x (x-t)f(x-t)dt)=$____________________.

(5) 函数 $\dfrac{1}{(1+x)(1+x^2)(1+x^4)}$ 展开成麦克劳林级数,则该级数的 x^9 的系数为______________.

(6) 函数 $y=\dfrac{\ln x}{x}$ 的拐点坐标是____________________.

(7) 改变积分次序 $\int_0^1 dx\int_x^{4x} f(x,y)dy=$____________________.

(8) 已知两点 $(1,0,0),(0,2,0)$ 连成一条直线 l,求点 $A(0,0,0)$ 到直线 l 的距离 $d=$______________.

(9) 已知微分方程 $y''-y=\sin^2 x$ 的三个特解为 $y_1^*=e^x+e^{-x}-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{10}\cos 2x,$ $y_2^*=e^x-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{10}\cos 2x, y_3^*=e^{-x}-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{10}\cos 2x,$ 则该方程的通解为____________________.

(10) 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{(2x+1)^{2n+1}}{n}$ 的收敛域____________________.

(11) 已知 f 具有二阶连续偏导数, $z=f(x,y,xy)$,则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$________. $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$______________.

(12) 已知曲面 Σ 为上半球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 与 xoy 平面上的圆面 $x^2+y^2\le a^2$ 所围,方向为

外侧,则$\oiint\limits_{\Sigma} x^3dydz + y^3dzdx + z^3dxdy =$______________________.

二、解答题：13~21 小题，共 102 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

（13）（本题满分 10 分）

求极限$\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{2^x+4^x}{2})^{\frac{1}{x}}$.

（14）（本题满分 10 分）

求积分$\iint\limits_{D}\sqrt{b^2-x^2-y^2}\,dxdy$,其中$D:\{(x,y)\,|\,a^2\le x^2+y^2\le b^2\}$.

(15) （本题满分 10 分）

求微分方程$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{e^y}{1+xe^y}$的通解.

(16) （本题满分 12 分）

已知幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{n(2n-1)}x^{2n}$,求其和函数，并求$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{n(2n-1)}$的和值.

（17）（本题满分 13 分）

在第一象限求曲线$y=1-\dfrac{x^2}{4}$上一点，使该点处的切线与所给曲线及两坐标轴所围面积最小，并求此最小面积.

(18) （本题满分 13 分）

抛物面$z=x^2+y^2$被平面$x+y+z=0$截成一椭圆,求$(0,0,0)$到椭圆的最长与最短距离.

(19) （本题满分 12 分）

求曲线积分$\int\limits_{L}(\cos x-xy)dx-(\dfrac{x^2}{2}+\sin y)dy$,其中$L$是曲线$y=\sin\dfrac{\pi}{2}x$上由点$(0,0)$到点$(1,1)$的一段弧.

(20) （本题满分 12 分）

设$f(x)$在$[a,b]$上连续,证明下面不等式：

$$\int_a^b(1+f^2(x))dx\int_a^b(\frac{1}{1+f^2(x)})dx\ge(b-a)^2$$

（21）（本题满分 10 分）

设$f(x)$在$[0,1]$上三阶连续可导，且$f(0)=0, f(1)=\dfrac{1}{2}, f'(\dfrac{1}{2})=0$，证明在$(0,1)$内至少存在一点$\xi$，使$|f'''(\xi)|\ge 12$.