# 昆明理工大学 2010 年硕士研究生招生入学考试试题(A 卷)

考试科目代码：605　　　　　　　　考试科目名称 ：数学分析

试题适用招生专业：070102 计算数学、070104 应用数学、071101 系统理论、071102 系统分析与集成

**考生答题须知**

1. 所有题目（包括填空、选择、图表等类型题目）答题答案必须做在考点发给的答题纸上，做在本试题册上无效。请考生务必在答题纸上写清题号。
2. 评卷时不评阅本试题册，答题如有做在本试题册上而影响成绩的，后果由考生自己负责。
3. 答题时一律使用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答（画图可用铅笔），用其它笔答题不给分。
4. 答题时不准使用涂改液等具有明显标记的涂改用品。

1、证明 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=A$ 的充分必要条件是：对任何数列 $x_n\to+\infty, f(x_n)\to A$.（14 分）

2、设 $f(x)$ 具有二阶连续导数，且 $f(0)=0$，证明函数 $g(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)}{x}, & x\neq 0\\ f'(0), & x=0\end{cases}$ 可导且导函数连续.（14 分）

3、设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可导，$f(a)=f(b)=0, f'_+(a)<0, f'_-(b)<0,$ 证明方程 $f'(x)=0$ 在 $(a,b)$ 内至少有两个不同的实根. （12 分）

4、试证：当 $a+b+1>0$ 时，函数 $f(x)=\dfrac{x^2+ax+b}{x-1}$ 取得极值. （14 分）

5、设 $f(x)$ 连续，且 $\int_0^x tf(x-t)dt=1-\cos x,$，求 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$.（14 分）

6、证明：若数列 $\{na_n\}$ 收敛，且级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n(a_n-a_{n-1})$ 收敛，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ 也收敛. （10 分）

7、将函数 $f(x)=\arctan\dfrac{1+x}{1-x}$ 展成 $x$ 的幂级数，并求 $f^{(n)}(0)$.（16 分）

8、设 $F(x,x+y,x+y+z)=0$，其中 $F(x,y,z)$ 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.（12 分）

9、证明：曲面 $F(nx-lz,ny-mz)=0$ 在任意点处的切平面都平行于直线 $\dfrac{x-1}{l}=\dfrac{y-2}{m}=\dfrac{z-3}{n}$，其中 $F$ 具有连续的偏导数. （12 分）

10、设在上半平面 $D=\{(x,y)|y>0\}$ 内，函数 $f(x,y)$ 具有连续的偏导数，且对任意的 $t>0$ 都有 $f(tx,ty)=t^{-2}f(x,y)$，证明：对 $D$ 内的任意分段光滑的有向简单闭曲线 $L$，都有

$\oint_L yf(x,y)dx-xf(x,y)dy=0.$（12 分）

11、设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，且满足

$f(t)=2\iint\limits_{x^2+y^2\le t^2}(x^2+y^2)f\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)dxdy+t^4$， 求 $f(t)$.（12 分）

12、设 $f(x),g(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，证明：$\left(\int_a^b f(x)g(x)dx\right)^2\le\int_a^b f^2(x)dx\cdot\int_a^b g^2(x)dx.$

（8 分）