

昆明理工大学 2011 年硕士研究生招生入学考试试题(A 卷)

考试科目代码: 711 考试科目名称: 单考数学

试题适用招生专业: 单考

考生答题须知

1. 所有题目(包括填空、选择、图表等类型题目)答题答案必须做在考点发给的答题纸上,做在本试题册上无效。请考生务必在答题纸上写清题号。
2. 评卷时不评阅本试题册,答题如有做在本试题册上而影响成绩的,后果由考生自己负责。
3. 答题时一律使用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答(画图可用铅笔),用其它笔答题不给分。
4. 答题时不准使用涂改液等具有明显标记的涂改用品。

一. 求下列极限。(每小题 10 分, 共计 30 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\frac{1}{x}}$; 2. $\lim_{x \rightarrow b} \frac{a^x - a^b}{x - b}$; 3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^n)}{\sin^m x} (n, m \text{ 为正整数})$.

二. 求下列函数的导数。(每小题 10 分, 共计 30 分)

1. $y = \frac{x-1}{x+1}$, 求 $y^{(n)}$.

2. 求方程 $e^y + xy - e = 0$ 确定的隐函数 $y = y(x)$ 在 $(0,1)$ 点处的切线方程.

3. 求 $\frac{d}{dx} \int_x^{x^2} \sin(t^2) dt$.

三. 求下列积分。(每小题 10 分, 共计 40 分)

1. $\int \frac{1+\ln x}{(x \ln x)^2} dx$; 2. $\int e^{\sqrt{x}} dx$; 3. $\int_0^{\pi} \sqrt{\sin x - \sin^3 x} dx$.

4. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}}, & 0 < x < 1, \\ \frac{1}{x^2}, & x \geq 1, \end{cases}$ 求 $\int_0^{\infty} f(x) dx$.

四. 试求函数 $y = \frac{\ln x}{x}$ 的单调区间、凸凹区间、极值、最值、渐近线,并描绘出函数图形。(10 分)

五. 讨论函数 $f(x) = |\sin x|$ 在 $x = 0$ 处连续性与可导性。(10 分)

六. 求由曲线 $y = \sqrt{x} (0 \leq x \leq 1)$ 与 x 轴、 $x = 1$ 所围图形绕 x 轴旋转产生的立体的体积。(10 分)

七. 计算曲线 $\rho = a\theta (a > 0)$ 上相应于 θ 从 0 到 2π 的一段弧与极轴所围成图形的面积。(10 分)

八. 证明方程 $x^3 + x = 1$ 至少有一个根介于 0 到 1 之间。(10 分)