

西南财经大学 2001 年数理统计考研试题

一、填空题（每空 2 分，计 16 分）

1、若要检验多元线性回归模型 $\hat{Y} = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 x_1 + \dots + \hat{b}_m x_m$ 的显著性，其原假设为_____。检验的统计量为_____。

2、设 $X_1, X_2, \dots, X_n; Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ 分别是来自 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 的独立样本。

(1) 关于 σ_2^2 的无偏估计量是_____。

(2) 设 a, b 为常数，且 $0 < a < b$ ，则随机区间 $[\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{b}, \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{a}]$ 长度的数学期望为_____。

(3) 当 $\mu_1 = 0$ 时，统计量 $Z = (X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2) / (n-1) X_{n-1}^2$ 服从_____分布。

3、某街口一分钟汽车的通过量 X 服从参数 $\lambda > 0$ 的泊松分布均值、方差的估计量分别为_____、_____； λ 的置信度为 95% 的近似区间为_____。

二、判断题（判断下列各题是否正确，并简要说明其依据。每小题 4 分，计 12 分）

方差分析中，检验时既可以采用双侧检验，也可以采用单侧检验。

X_1, X_2, \dots, X_n 是来自二项分布 $B(N, P)$ 的简单随机样本， P 为参数。 P 的极大

似然估计量为 $\frac{\bar{X}}{N}$ 。

利用 X^2 适度检验法检验随机变量 X 是均匀分布的假设，即密度函数为

$$P(X) = \begin{cases} \frac{1}{(b-a)} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

其参数 a 和 b 的估计分别为：

$$\hat{a} = \bar{X} - \sqrt{3} S \quad \hat{b} = \bar{X} + \sqrt{3} S$$

且 X^2 统计量中的自由度为 $m-3$ (m 是样本的区间个数： $n \geq 50$)。

三、在研究方法上，参数估计与假设检验有什么相同点和不同点？（15 分）

四、设 $X_1, X_2, \dots, X_n; Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ 分别是来自 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 的独立样本。 μ_1, μ_2, σ_2^2 都未知。试仿照对两个总体均值 t 检验的做法，构造出原假设 $H: \mu_1 = C \mu_2$ ($C \neq 0$) 的显著性水平为 α 的检验。（15 分）

五、一元线性回归分析中的误差序列有何基本假定？模型参数的最小二乘估计 \hat{a} 和 \hat{b} 具有哪些统计特性？若模型可用于预测，影响预测精度的因素有哪些？（15 分）

六、设 X_1, X_2, \dots, X_n 是从概率密度函数

$f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{\theta}}{\Gamma(1)} \exp^2(-\theta x) & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$ 的总体抽出的样本。证明：对于适

当的常数 C , $\hat{\theta} = C \sum_{i=1}^n X_i^2/n$ 是 $\frac{1}{\theta}$ 的最小方差无偏估计量。(11 分)

七、消费者投诉某厂产品的不合格率较高，现从该厂一批（一万件）产品中随机抽查了 $n=100$ 件，发现 20 件不合格，试以 95% 的可靠程度估计该产品的不合格率不会低于多少？（16 分）